

Tuulimyllyn yksinkertainen aerodynaaminen malli

Matti A. Ranta

Tiivistelmä. Artikkelissa johdettavan tuulimyllyn yksinkertaisen aerodynaamisen mallin mukaan kolmilapaisen tuulimyllyn tehoa määritettäessä tulee ottaa huomioon seuraavat tekijät: tuulen nopeus, lavan profiilin aerodynaamiset ominaisuudet, sakkkaus ja kierrosnopeus, säätö ja hyötysuhde.

Avainsanat: lavan profiili, aerodynaamiset kertoimet, kärkinopeussuhde, akseliteho, säätö, hyötysuhde

Vastaanotettu: 28.9.2018. *Hyväksytty:* 1.3.2020. *Julkaistu verkossa:* 13.3.2020.

Johdanto

Tuulivoimalan esikuva on tuulimylly, joka muuntaa tuulienergiaa toiseen muotoon pyörivien siivekkeiden avulla. Tuulivoimalaa ja erityisesti sen melua [12] on tutkittu paljon mittauksin ja lopputulokset on esitetty käyrinä ja taulukkoina.

Tuulivoimalan aerodynamiikan [4] ymmärtämiseksi tarkastellaan yksinkertaista tuulimyllyä. Jotta heikosta tuulesta saataisiin mahdollisimman suuri hyöty, tulee selvittää paikalliset tuuliolosuhteet, päättää myllyn koko ja käytettävä siipiprofiili. Sitten kannatta yksinkertaisen aerodynaamisen mallin avulla selvittää millaisen tehon mylly antaa ja millä kohtauskulmalla. Myllyn kierrosnopeuden säätö on myös tärkeä tekijä.

Tuulimyllyä tutkittiin innokkaasti 1800- ja 1900-lukujen vaihteessa. Tällöin keskeiseen asemaan nousi ns. Betzin laki [7], joka määrittä myllyn ja erityisesti tuulettimen kineettisen hyötysuhteen. Tässä tutkielmassa keskitytään yksinkertaisen tuulimyllyn aerodynamiikkaan.

Merkintöjä ja symboleja

Seuraavien merkintöjen ja niihin liittyvän sanaston osalta viittaamme lähteisiin [4] ja [13]:

R_o ja R ovat myllyn siiven eli lavan sisä- ja ulkosäde

c on lavan jänne

m' on lavan massa pituusyksikköä kohti

$S_n = \int_{R_0}^R c s^n ds = c(R^{n+1} - R_0^{n+1}) / (n+1)$ on lavan n:s pintamomentti

$J = \int_{R_0}^R m' s^2 ds = \frac{1}{3} m'(R^3 - R_0^3)$ on hitausmomentti pyörimisakselin ympäri

L ja D ovat nosto- ja vastusvoima lavan pituusyksikköä kohti

C_L ja C_D ovat nostoon ja vastukseen liittyvät lavan profiilin kertoimet

$A = (R - R_0)^2 / [(R - R_0)c]$ on lavan profiilin sivusuhte

M on vääntömomentti [Nm]

$P = M\omega$ on akseliteho [W]

p on suurin uskottavuusparametri

r on myllyn akselikeskeisen sylinterikoordinaatiston $\{r, \varphi, z\}$ radiaalinen koordinaatti

n on kierrosnopeus [rpm]

$\omega = 2\pi n / 60$ on akselin kulmanopeus [rad/s]

ωr on lavan paikallinen pyörimisnopeus [m/s]

w on tuulenopeus (oletusarvo 10 m/s)

$\lambda = R\omega / w$ on kärkinopeussuhde

$z = r\omega / w$ on paikallinen nopeussuhde

$V = w\sqrt{1 + (r\omega / w)^2} = w\sqrt{1 + z^2}$ on kohtausoisuus

$\Delta\alpha = \arccot z$ on pyörimisnopeuden ja kohtausoisuuden välinen kulma

α_0 on lapaprofiilin kierto [rad] tai [aste]

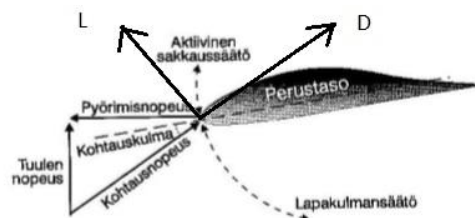
$\alpha = \Delta\alpha - \alpha_0$ on kohtauskulma [rad] tai [aste] profiilin nollanostoviihasta mitattuna

$\beta = \pi/2 - \Delta\alpha$ on pyörimisnopeuden ja nostovoiman välinen kulma [rad] tai [aste]

ρ on ilman tiheys ICAO:n normaaliarvo $1,225 \text{ kgm}^{-3}$.

Tuulimyllyn aerodynamiikkaa

Tuulimyllyssä on pyörivät siivekkeet eli lavat, joita nykyisin on usein kolme kappaletta. Lavan koko ja profiili vaihtelevat tarpeen mukaan. Tuuli ja lavan pyöriminen akselin ympäri aiheuttavat kohtausoisuuden V (ks. kuva 1 ja [5, 6]). Lavan etureunan ja jättöreunan kautta piirretty perustaso tekee kohtausoisuuden kanssa kohtauskulman α . V :n suuntainen vastusvoima on D ja sitä vastaan kohtisuora nostovoima on L (ks. kuva 1). Näiden yksiköt määritellään lavan pituusyksikköä kohden ([4] ja [13], s. 10).



Kuva 1. Tuulimyllyn lavan ja virtauksen välinen kohtauskulma ([13], s. 10).

Siipiprofiilin kierto ja aerodynaamiset voimat

Koska potkurin pyöriminen tulessa akselin ympäri aiheuttaa kohtauskulman muutoksen ja pyritään koko lavan pituudella vakiikohtauskulmaan α , täytyy siipiprofiilia

kiertää kulmalla $\alpha_0 = \Delta\alpha - \alpha = \text{arccot}(z) - \alpha$. Aerodynaamiset voimat lavan pituusyksikköä kohti ovat

$$L = C_L(\alpha) \frac{1}{2} \rho w^2 c, \quad D = C_D(\alpha) \frac{1}{2} \rho w^2 c \quad (1)$$

$$C_L = C_L(\alpha) = C_{L0} + C_{L\alpha} \alpha, \quad C_D = C_D(\alpha) = C_{D0} + \frac{C_{L\alpha}^2}{\pi A} \alpha^2. \quad (2)$$

Kohtauskulma α tulee näissä kaavoissa lausua radiaaneina [4].

Liiketytöt

Tuuli aiheuttaa myllyn pyörimisakselin ympäri vääntömomentin. Nosto L tekee pyörimistason kanssa kulman $\beta = \pi/2 - \Delta\alpha = \pi/2 - \text{arccot}(z)$. Momentti saadaan määritettyä, kun vastus- ja nostovoima projisoidaan pyörimistasoon ja määritetään näiden voimien momentti pyörimisakselin suhteen:

$$M = \frac{1}{2} \rho V^2 (C_L \cos \beta - C_D \sin \beta) c (R^2 - R_0^2) / 2. \quad (3)$$

Koska teho $P = M\omega$ on tulo, voidaan suurimman uskottavuusperiaatteen mukaan ajatella, että vääntömomentista (3) osa pM tekee työtä ja osa $(1-p)M$ antaa akselille kulmanopeuden ω :

$$(1-p)M = (1-p) \frac{1}{2} \rho w^2 (C_L \cos \beta - C_D \sin \beta) c (R^2 - R_0^2) / 2. \quad (4)$$

Yllä parametri p on niin sanottu uskottavuusparametri. Sen arvo määritetään myöhemmin. Ilmanvastus aiheuttaa pyörimistä jarruttavan momentin

$$M_{\text{vastus}} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 (C_L \sin \beta + C_D \cos \beta) c (R^4 - R_0^4) / 4. \quad (5)$$

Tuulipotkurin pyörimisen liiketytö kuuluu tällöin

$$J \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{2} \rho \omega^2 (C_L \sin \beta + C_D \cos \beta) S_3 = (1-p) \frac{1}{2} \rho V^2 (C_L \cos \beta - C_D \sin \beta) S_1. \quad (6)$$

Tasapainossa potkurin pyörimisnopeus on vakio ja derivaatta häviää. Tällöin, koska $z = \omega r / w$, $\beta = \pi/2 - \text{arccot}(z)$ ja $V = w\sqrt{1+z^2}$, saadaan kärkinopeussuhdelauseke (vertaa [2], s. 4 ”Suunnitteluparametreja”):

$$\frac{r\omega}{w} = \sqrt{1-p} \sqrt{\frac{2}{1+(R_0/R)^2}} \sqrt{1+z^2} \sqrt{\frac{C_L \sin(\text{arccot } z) - C_D \cos(\text{arccot } z)}{C_L \cos(\text{arccot } z) + C_D \sin(\text{arccot } z)}}. \quad (7)$$

Tuuliturbiinin akselilla saatava teho $P = pM\omega$ on kaavojen (3) ja (7) mukaan

$$P(\alpha, z) = p\sqrt{1-p} \frac{1}{2} \rho w^3 (1+z^2)^{3/2} cR \frac{1-(R_0/R)^2}{\sqrt{2[1+(R_0/R)^2]}} \times \sqrt{\frac{(C_L \cos(\operatorname{arccot} z) - C_D \sin(\operatorname{arccot} z))^3}{C_L \sin(\operatorname{arccot} z) + C_D \cos(\operatorname{arccot} z)}} \quad (8)$$

Aerodynaamiset kertoimet ovat kaavojen (1) ja (2) mukaan kohtauskulman α funktioita.

Tuulimyllyn aerodynaaminen hyötysuhde

Ensimmäinen lauseke $p\sqrt{1-p}$ kaavassa (8) kuvaa tuulimyllyn hyötysuhdetta tehon tuotossa eli suurinta uskottavuutta hyödyntää tuulen tehoa. Tällä lausekkeella on maksimi $2/3^{3/2} \approx 0,385$ kun $p = 2/3 \approx 0,667$. Sähkögeneraattorin oma hyötysuhde on asia erikseen.

Lähteessä [2] (s. 3) mainitaan, että ääritapauksessa (Betzin laki [7]) tuulen liike-energiasta otetaan hyödyksi osuus $16/27 \approx 0,593$. Lähteessä [9] (s. 6–8) tämä tulos on johdettu tuulettimelle. Lähteen [10] (s. 1) tulokset tukevat teho-optimoituja laskutuloksia.

Numeerinen sovellus

Oletetaan kuvitteellinen yksinkertaistettu tuulimylly, jonka turbiinin lapojen arvot ovat joko teoreettisia tai kirjallisuudesta poimittuja taulukon 1 mukaisesti.

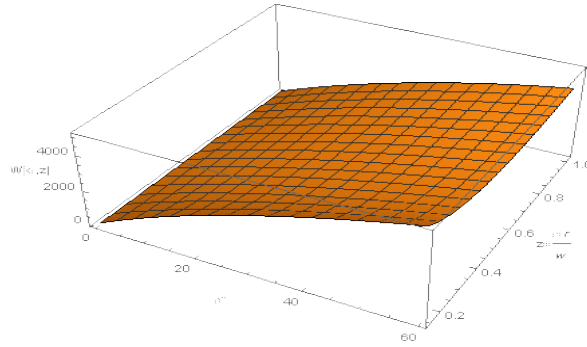
Taulukko 1. Tuulimyllyn lavan oletetut arvot

Lapojen rakenne		Aerodynamiikka	
suure	suuruus	suure	suuruus
ulkosäde R	3,5m	C_{L0}	0,01
sisäsäde R_0	0,5m	$C_{L\alpha}$	2π
leveys c	0,25m	C_{D0}	0,002
sivusuhte $A = (R - R_0)^2 / ((R - R_0)c)$	12	$C_{L\alpha}^2 / (\pi A)$	1,0472

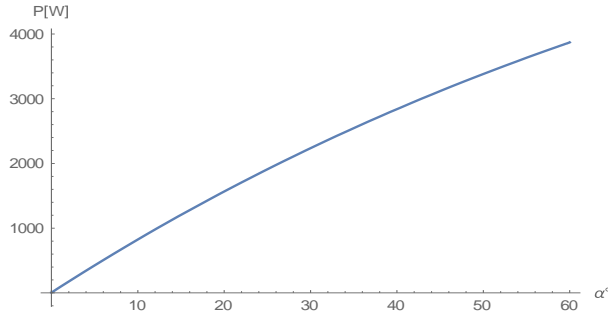
Numeeriset laskut on suoritettu lähteen [8] keinoilla. Oletetaan, että tuulen nopeus on vakio $w = 10,00 \text{ m/s}$. Tuuliturbiinin teho (vertaa [11]) saadaan kaavasta (8) ja sen kuvaaja on esitetty kuvissa 2 kohdissa

$$z = (\omega/w) [(R_0 + R)/2] \quad (9)$$

ja edelleen kuvassa 3. Todellisuudessa ei päästä näin suuriin kohtauskulmiin.



Kuva 2. Teho lavan kohtauskulman α funktiona kohdissa z .



Kuva 3. Tuuliturbiinin laskettu teho lavan kohtauskulman α funktiona (ei sakkausta).

Tuulimyllyn kierrosnopeuden säätö

Laakereiden kestävyys tai jokin muu syy voi vaatia pyörimisnopeuden rajoittamista. Säädettävälapaisella potkurilla säätö seuraa helposti kaavasta (7), kun $z = R\omega / w$:

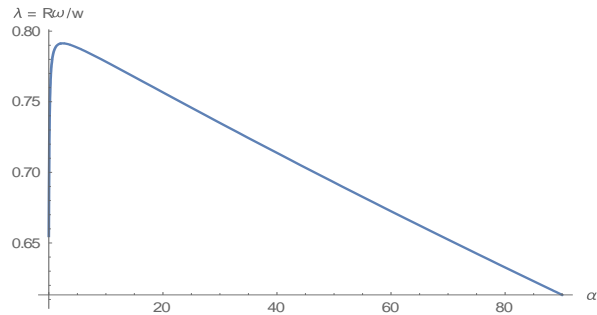
$$\lambda(\alpha, z) = \frac{R\omega}{w} = \sqrt{1-p} \sqrt{\frac{2}{1+(R_0/R)^2}} \sqrt{1+z^2} \times \frac{\sqrt{C_L \sin(\operatorname{arccot} z) - C_D \cos(\operatorname{arccot} z)}}{\sqrt{C_L \cos(\operatorname{arccot} z) + C_D \sin(\operatorname{arccot} z)}} \quad (10)$$

Tämän kuvaaja kohtauskulman α funktiona on esitetty kuvassa 4.

Tuulimyllyn potkurin lepuutuksessa $\omega = 0$. Tästä seuraa $z = R\omega / w = 0$. Jotta päitisi $\lambda(\alpha, z) = 0$, tulee olla $C_L / C_D = z = 0$. Tästä seuraa edelleen ensin yksinkertaisesti $C_L = C_L(\alpha) = C_{L0} + C_{L\alpha} \alpha = 0$ ja sitten kaavasta (2) ja taulukosta 1 seuraa lopulta $\alpha_{lepo} = -C_{L0} / C_{L\alpha} = -0,00159 \text{ rad} = -0,0912^\circ$. Nollakohtauskulma on hyvä likiarvo.

Kärkinopeussuhteella on maksimi $\lambda_{\max} = 0,791$ kun $\alpha = 2,414^\circ$. Kaavasta (10) voidaan numeerisesti [8] ratkaista arvo $Z(\lambda_{\max}) = 0,580$. Tämän jälkeen saadaan kulmanopeus $\omega = Z(\lambda_{\max}) w / R = 1,656 \text{ rad/s}$ eli 15,814 rpm, jolloin tehoksi saadaan $P = 209,6 \text{ W}$. Kierrosnopeus on tällä tuulella kohtuullinen.

Jos lavan kohtauskulma α on liian suuri tuulen nopeuteen nähden, virtaus irtoaa lavan yläpinnalta eli profiili sakkaa. Tämä aiheuttaa värähtelyjä sekä tehon laskua että mahdollisia vaurioita. Kohtauskulma α liikkuu tavallisesti 10...25 asteen tuntumassa [15]. Jos valitaan rohkeasti kohtauskulma $\alpha = 20^\circ$, saadaan teho $P = 1566,3 \text{ W}$, ellei sakkausta tapahdu.



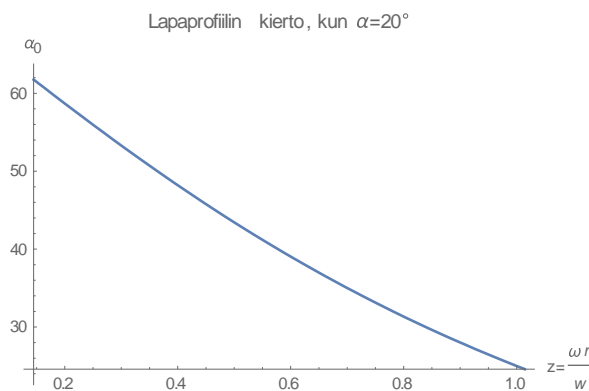
Kuva 4. Kärkinopeussuhteen kuvaaja

Profiilin kierto

Jotta tietyllä tuulella mylly toimisi mahdollisimman tehokkaasti, täytyy profiilia kiertää. Valitun profiilin kierron suuruus riippuu valitusta kohtauskulmasta ja lavan paikallisista virtausolosuhteista seuraavasti

$$\alpha_0(z = r\omega/w) = \text{arccot}(z) - \alpha. \quad (11)$$

Kuvassa 5 nähdään kierto asteina, kun valittu kohtauskulma on $\alpha = 20^\circ$. Kierto riippuu siis myös tuulesta $w = 10$ m/s ja akselin kulmanopeudesta ω . Valitulla kohtauskulmalla kierron ääriarvot ovat $61,8^\circ$ ja $24,6^\circ$. Kierto näyttää lineaariselta ja on likimäärin vakio $12,4^\circ/\text{m}$.



Kuva 5. Periaatekuva kierron $\alpha_0(z = r\omega/w) = \text{arccot}(z) - \alpha$ määrittämiseksi.

Loppusanat

Tuulimyllyn dynaamisen suorituskyvyn kannalta ratkaisevaa on tuulipotkurin lapojen aerodynaamiset ominaisuudet: suuri nostovoima ja pieni vastus sekä lapojen muoto ja koko että kierto. Samapinta-alaisista lavoista pitkä ja kapea lapa on edullisempi kuin lyhyt ja leveä. Lavan pidentäminen ylipäättään kasvattaa sivusuhdetta ja pienentää indusoitua vastusta parantaen täten myllyn tehoa. Säädetävät lavat mahdollistavat tehon ja kierrosnopeuden säädön. Lapaprofiilin sakkausta tulee välttää. Myrskyllä voidaan myllyn siivet myös lepuuttaa vaurioiden välttämiseksi.

Tuulimyllyn tehollinen hyötysuhde $2/3^{3/2} = 0,385$ vaikuttaa pieneltä, mutta täytyy muistaa tuulen olevan ilmaista.

Teknisistä yksityiskohdista löytyy tietoa lähteistä [14] ja [15]. Tuulivoimalan melun osalta voi perehtyä julkaisuun [12].

Viitteet

- [1] Tuulimylly, Wikipedia. <https://fi.wikipedia.org/wiki/Tuulimylly>
- [2] Tuulienergian perusteet, Siilo. http://siilo.dyndns.org/wiki/index.php/Tuulienergian_perusteet
- [3] Veli-Matti Yli-Kätkä. Tuulivoimalamelun mittaus ja mallinnus, diplomityö, Sähkötekniikan korkeakoulu, Espoo 2013, 73 s. http://www.tuulivoimayhdistys.fi/filebank/200-tuulivoimalamelun_mittaus_ja_mallinnus
- [4] Seppo Laine, Jaakko Hoffren ja Kari Renko. Lentokoneen aerodynamiikka ja lentomekaniikka. WSOY Oppimateriaalit Oy. 1. painos. Helsinki, 2006. 434 s.
- [5] A. J. Raudkivi, R. A. Callander. *Advanced Fluid Mechanics*. Edward Arnold, 1974. 325 s.
- [6] W. Kaufmann. *Fluid Mechanics*. McGraw-Hill Book Company, Inc. New York, 1958. 432 s.
- [7] Betzin laki, Wikipedia. https://fi.wikipedia.org/wiki/Betzin_laki
- [8] Stephen Wolfram. *The Mathematica Book*. Third Edition. Wolfram Media, Cambridge University Press, 1996. 1403 s.
- [9] Stel Nathan Walker. Performance and Optimum Design / Computation for Propeller Type Wind Turbines. A thesis submitted to Oregon State University, 1976, 195 s.
- [10] 1 SMG-4500 Tuulivoima, Tuulivoiman hyötysuhde. <http://www.tut.fi/smg/tp/kurssit/SMG-4500/2012/luento6.pdf>
- [11] HSA Oy. Tuulimyllyn tehon laskenta. https://hsaoy.com/wp-content/uploads/Tuulimyllyn_tehon_laskenta.pdf
- [12] Seppo Uosukainen. Tuulivoimaloiden melun synty, eteneminen ja häiritsevyyys. Espoo 2010. VTT Tiedotteita – Research Notes 2529. 35 s. <http://vtt.fi/inf/pdf/tiedotteet/2010/T2529.pdf>
- [13] Tiia Tähtinen. Tuulivoimalat ja tuulivoiman tulevaisuuden näkymät Suomessa. Keski-Pohjanmaan Ammattikorkeakoulu, marraskuu 2011. https://www.theseus.fi/bitstream/handle/10024/34863/Tahtinen_Tiia.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- [14] Erkki Haapanen. Tuulivoimatekniikka. Versio 1.02 20.05.2004. SlidePlayer. <https://slideplayer.fi/slide/1902537/>
- [15] Erkki Haapanen. Siipi- ja lapaprofiilin kehityksestä, osa 1. Tuulitaito, 9/3/2019. http://www.tuulitaito.fi/Artikkelit/profiilin_kehitys_laskemalla.pdf

Matti A. Ranta

Aalto-yliopisto, Perustieteiden korkeakoulu, Matematiikan ja systeemianalyysin laitos
PL 1100, 02015 Espoo
matti.ranta@aalto.fi