

Moniaksiaalisen kuormitushistorian ääriarvopistedatan sykliluokitus Wang–Brown-menetelmän avulla

Alexei Yanchukovich¹, Antti Ahola ja Timo Björk

Tiivistelmä. Artikkelissa esitetään moniaksiaalisen väsyttävän kuormituksen aikahistorian sykliluokitusta Wang–Brown-menettelyllä ja sen soveltamista ääriarvopistesuodatettuun dataan. Perinteisen yksiaksiaalisen kuormitushistorian sykliluokitus aloitetaan datan ääriarvopistesuodattamisesta eli ennen sykliluokitusta datasta poistetaan kaikki muu, paitsi ääriarvopisteet. Moniaksiaalisen kuormituksen tapauksessa pelkän ääriarvopistedatan käyttö voi johtaa ongelmatilanteisiin Wang–Brown-sykliluokituksen käytön yhteydessä. Potentiaaliset ongelmatilanteet eivät ole vain teoreettisesti mahdollisia erikoistapauksia, vaan voivat olla esimerkiksi pyörivien koneenosien hyvin tyypillisiä kuormituksia. Työssä on esitetty ääriarvopistedatan Wang–Brown-sykliluokituksen käyttöön liittyvät potentiaaliset ongelmatilanteet sekä mahdolliset keinot niiden välttämiseksi.

Avainsanat: moniaksiaalinen kuormitus, sykliluokitus, Wang–Brown-menetelmä

Vastaanotettu 11.10.2018. Hyväksytty 18.12.2019. Julkaistu verkossa 16.8.2019.

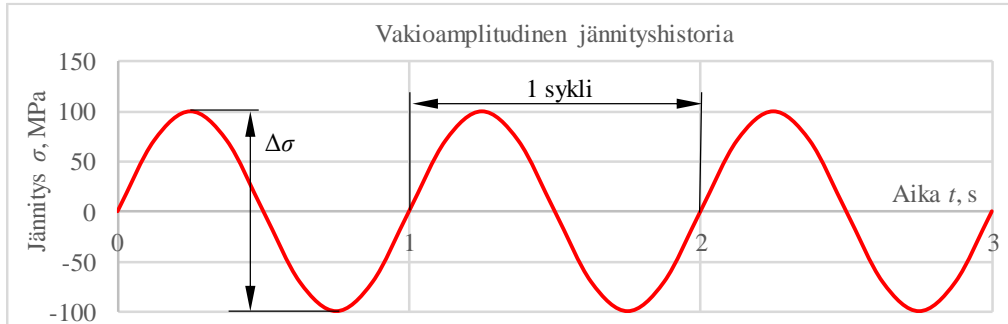
Johdanto

Väsymisanalyysissä keskeisemmässä roolissa ovat kuormituksen aiheuttama jännitys- tai venymävaihtelu ja kuormitussyklien lukumäärä. Yksiaksiaalisen vakioamplitudisen kuormituksen tapauksessa jännitysvaihtelun $\Delta\sigma$ tai amplitudin σ_a sekä syklien lukumäärän määrittäminen ei tuota vaikeuksia, kuva 1.

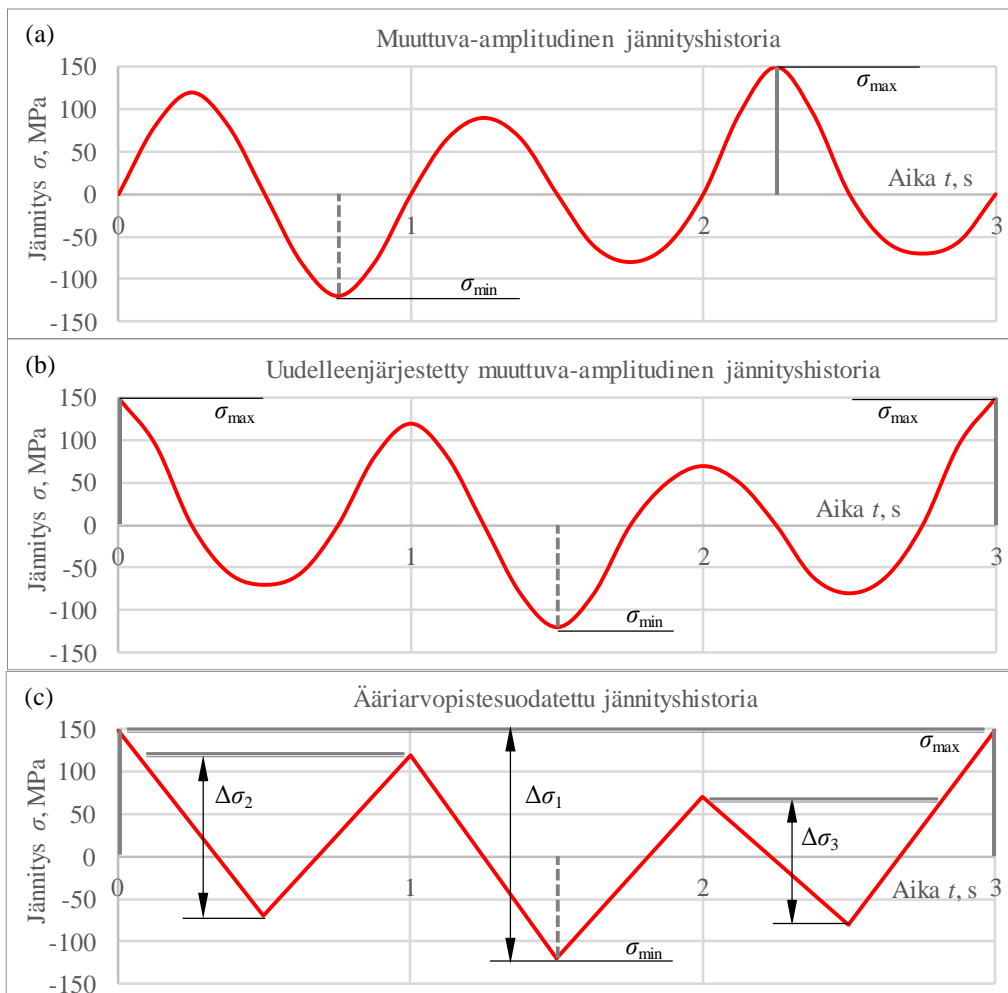
Yksiaksiaalisen muuttuva-amplitudisen kuormituksen sykliluokitukseen yleensä käytetään Rainflow-menetelmää [1, 2] tai sen graafista vastinetta, jota kutsutaan vesisäiliö-analogiaksi [3], kuva 2. Rainflow-menetelmän käyttö yksiaksiaalisen muuttuva-amplitudisen kuormituksen sykliluokitukseen on hyvin tunnettu ja esitetty laajasti kirjallisuudessa.

¹Vastuullinen kirjoittaja: alexei.yanchukovich@lut.fi

sa ja alan standardeissa. Rainflow-sykliluokituksessa tarvitaan ainoastaan kuormitusdatan ääriarvopisteet, joten ennen varsinaista luokitusta kuormitushistoriasta yleensä poistetaan ylimääräiset välipisteet (kuva 2).



Kuva 1. Yksiakiaalisen vakioamplitudisen kuormituksen jännitysvaihtelu $\Delta\sigma$ ja kuormitussykli.



Kuva 2. Yksiakiaalisen muuttuva-amplitudisen kuormituksen Rainflow-sykliluokitus: (a) alkuperäinen kuormitushistoria sekä sen maksimi- ja minimiarvot σ_{\max} ja σ_{\min} (b) kuormitushistoria järjestettynä uudelleen maksimiarvosta maksimiarvoon ja (c) kuormitushistoria ääriarvopisteinä ja vastaavat jännitysvaihtelut $\Delta\sigma_i$.

Moniakksiaalisessa kuormituksessa samanaikaisesti tapahtuu useiden jännityskomponenttien vaihtelua. Toisistaan riippumattomasti vaihtelevat komponentit johtavat ei-proportionaaliseen tai epäsuhteiseen kuormitukseen. Tällaisessa tapauksessa käsiteltävänä on useita komponentteja ja perinteistä Rainflow-sykliluokitusta ei voida käyttää. Moniakksiaalisen kuormituksen sykliluokituksen soveltuvia menetelmiä ovat esimerkiksi Bannantine–Socie-menetelmä ja Wang–Brown-menetelmä. [4]

Bannantine–Socie-menetelmä [6, 7] perustuu kriittisen tason mallin soveltamiseen vaihtuva-amplitudisen moniakksiaalisen kuormituksen sykliluokituksen. Väsymisvauriosummat lasketaan ensin useissa tutkittavan pisteen kautta kulkevilla tasoilla. Yksittäisen tason väsymisvaurion laskennassa käytetään tasossa vaikuttavan venymän tavallista yksiakksiaalista Rainflow-luokitusta ja tapaukseen soveltuvaa vauriomallia. Tutkituista tasoista kriittisiin on se, jossa väsymisvauriosumman arvo on suurin ja kohdan kestoikä määräytyy tämän maksimiarvon perusteella.

Wang–Brown-menetelmän [5] käyttöä esitellään seuraavassa luvussa tarkemmin, koska se on hyvin olennaista työssä käsiteltävän asian kannalta. Alkuperäisessä julkaisussa Wang ja Brown [5] ovat esittäneet oman menetelmän käyttöä sovellettuna esimerkkitapaukseen, joka sisälsi runsaasti välipisteitä. Tätä yksityiskohtaa kuitenkin ei ole korostettu erikseen ja se helposti voi jäädä lukijalta huomamatta, erityisesti ottaen huomioon, että perinteisessä Rainflow-luokituksessa ääriarvopistesuodatetun datan käyttö on itsestään selvä oletusarvo. Erona perinteiseen Rainflow-luokituksen, Wang–Brown-menetelmän tapauksessa ääriarvopistesuodatetun tai muuten vain ääriarvopisteet sisältävän datan käsittely tietyissä tapauksissa voivat johtaa ongelmatilanteisiin, jossa väsymiskestävyyden kannalta ratkaisevia vaihteluja ei havaita lainkaan. Tähän Wang–Brown-menetelmän ääriarvopistedatan käsittelyyn liittyvään erikoispiirteeseen ei ole kiinnitetty huomiota myöskään muussa kirjallisuudessa tai Wang–Brown-menetelmän käyttöön liittyvissä julkaisuissa. Wang–Brown-menetelmän soveltaminen ääriarvopistesuodatettuun moniakksiaaliseen kuormitushistoriaan ja siihen liittyvät erikoistilanteet ovat tämän työn pääaihe. Työssä on esitetty tyypilliset kuormitushistoriat, jotka johtavat mahdollisiin ongelmatilanteisiin. Ratkaisuna ongelmatilanteiden välttämiseksi on esitetty virtuaalisten välipisteiden käyttöä ääriarvopistesuodatetun datan sykliluokituksessa Wang–Brown-menetelmän avulla.

Moniakksiaalisen kuormitushistorian Wang–Brown-sykliluokitus

Wang–Brown-menetelmässä kuormitushistorian sykliluokitus tehdään ekvivalenttivenymän perusteella. Yleensä menetelmässä käytetään von Mises-kriteerin mukaista ekvivalenttivenymää, mutta myös Tresca-kriteeriin maksimileikkausvenymään perustuvaa ekvivalenttivenymää voidaan käyttää tarvittaessa [5]. Von Mises-kriteerin mukaisen ekvivalenttivenymän yhtälö on:

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu')} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)} \quad (1)$$

missä ε_x , ε_y , ε_z ja γ_{xy} , γ_{yz} , γ_{zx} ovat venymä- ja liukumakomponentit ja ν' on tehollinen Poisson-luku, joka määräytyy elastisen ja plastisen venymän suhteesta

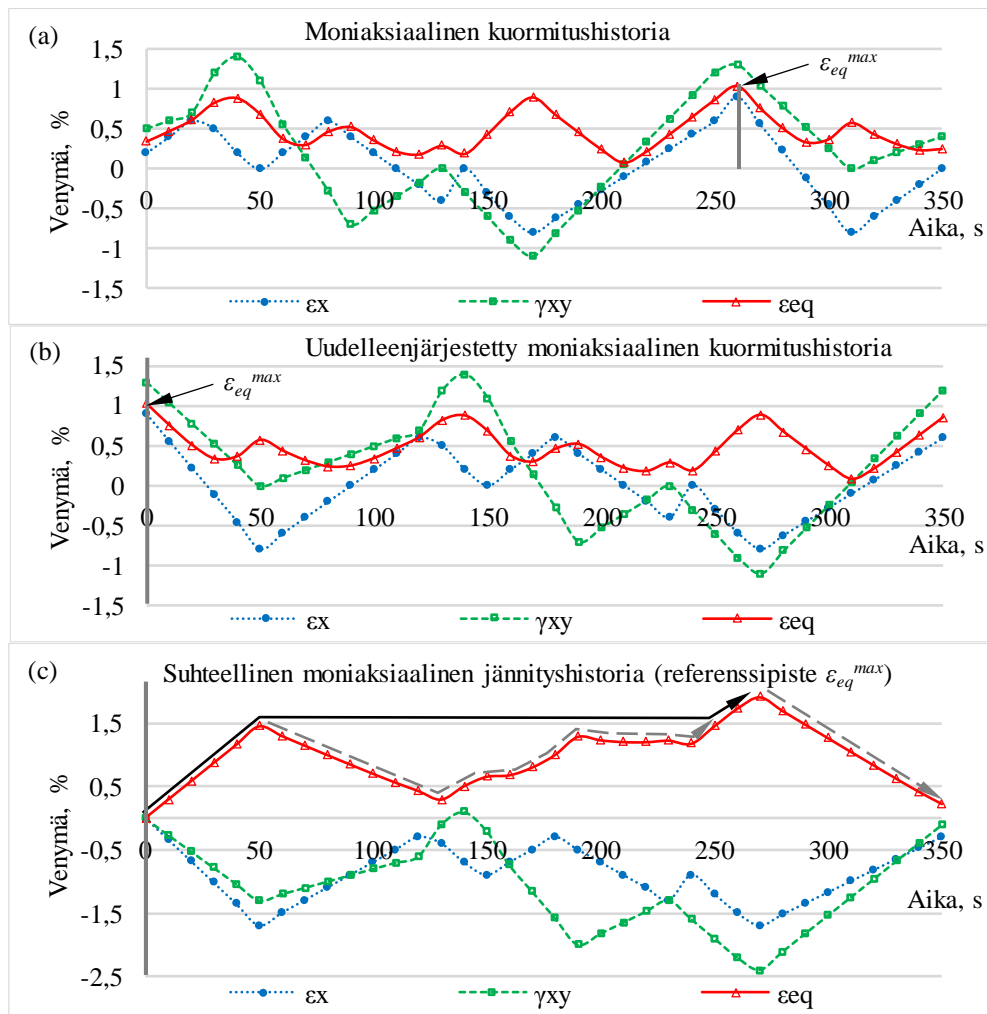
Tasotapauksessa ($\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$) ekvivalenttivenymän yhtälö (1) supistuu muotoon [4]:

$$\varepsilon_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}(1+\nu')} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + \frac{3}{2}\gamma_{xy}^2} \quad (2)$$

Ekvivalenttivenymän käytön rajoituksena ovat kuormituksen etumerkin häviäminen ja negatiivisen syklin peilautuminen positiiviseksi, mikä johtaa syklien ja vaihtelujen virheelliseen määrittämisen. Tämän ongelman poistamiseksi Wang–Brown-menetelmässä käytetään suhteelliseen ekvivalenttivenymään perustuvaa laskentaa. Ensin venymäkomponenttien $\varepsilon_{ij}(t)$ aikahistorian perusteella lasketaan ekvivalenttivenymän käyrä $\varepsilon_{eq}(t)$ ja määritellään sen maksimiarvo $\varepsilon_{eq}^{max} = \max\{\varepsilon_{eq}(t)\}$. Kuormitushistoria voidaan järjestää sitten uudelleen alkamaan pisteestä, jossa ekvivalenttivenymällä on maksimiarvo ε_{eq}^{max} , kuva 3. Sitten jokaisen komponentin aikahistoriasta $\varepsilon_{ij}(t)$ vähennetään kyseisen komponentin arvo $\varepsilon_{ij}(\varepsilon_{eq}^{max})$ referenssipisteessä, jossa ekvivalenttivenymän arvo oli maksimisaaan ε_{eq}^{max} . Näin ekvivalenttivenymän maksimiarvopisteestä syntyy venymäkomponenttien muodostaman moniulotteisen avaruuden uusi origo. Tuloksena saadaan komponenttien uudet suhteelliset aikahistoriat $\varepsilon_{ij}^r(t)$ suhteessa kyseisen komponentin referenssiarvoon $\varepsilon_{ij}(\varepsilon_{eq}^{max})$, joka on otettu ekvivalenttivenymän maksimiarvon ε_{eq}^{max} kohdalta:

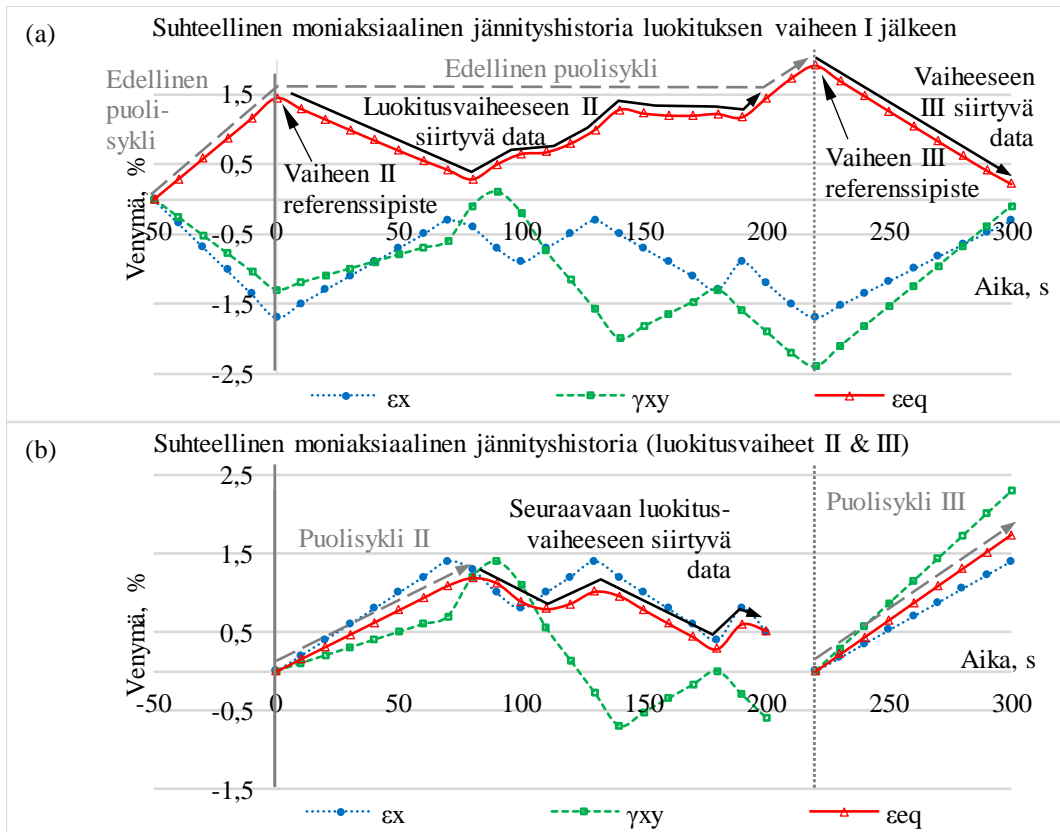
$$\varepsilon_{ij}^r(t) = \varepsilon_{ij}(t) - \varepsilon_{ij}(\varepsilon_{eq}^{max}) \quad (3)$$

Seuraavassa vaiheessa suhteellisen komponenttidatan $\varepsilon_{ij}^r(t)$ perusteella lasketaan uusi suhteellinen ekvivalenttivenymä $\varepsilon_{eq}^r(t)$ (kuva 3). Käsiteltävä data jaetaan suhteellisen ekvivalenttivenymäkäyrän perusteella kahteen ryhmään. Ensimmäiseen ryhmään sijoitetaan datapisteet, joissa suhteellinen ekvivalenttivenymäkäyrä nousee nolasta maksimiarvoon ja muodostaa siten yhden puolisyklin eli reversaalin (musta nuoli kuvassa 3). Ensimmäisessä ryhmässä oleva data ei enää osallistuu jatkotoimenpiteisiin. Toiseen ryhmään jäävät erilliset dataosuudet, joissa ekvivalenttivenymän arvot eivät olleet ekvivalenttivenymän nousupolulla nolasta maksimiin, sekä suhteellisen ekvivalenttivenymän maksimiarvon jälkeinen loppuosuus (harmaat katkoviivanuolet kuvassa 3).



Kuva 3. Moniaksaalisen kuormituksen venymäkomponenttien ε_x ja γ_{xy} sekä ekvivalenttivenymän ε_{eq} aikahistoriat (a), uudelleenjärjestetty moniaksaalinen kuormitushistoria (b), sekä suhteelliset (referenssinä piste ε_{eq}^{max}) venymäkomponentit ja niiden perusteella laskettu suhteellinen ekvivalenttivenymä (c). Alimmassa kuvassa musta nuoli esittää muodostuvan puolisyklin ja harmaat katkoviivanuolet esittävät jatkokäsittelyyn siirrettävät dataosuudet.

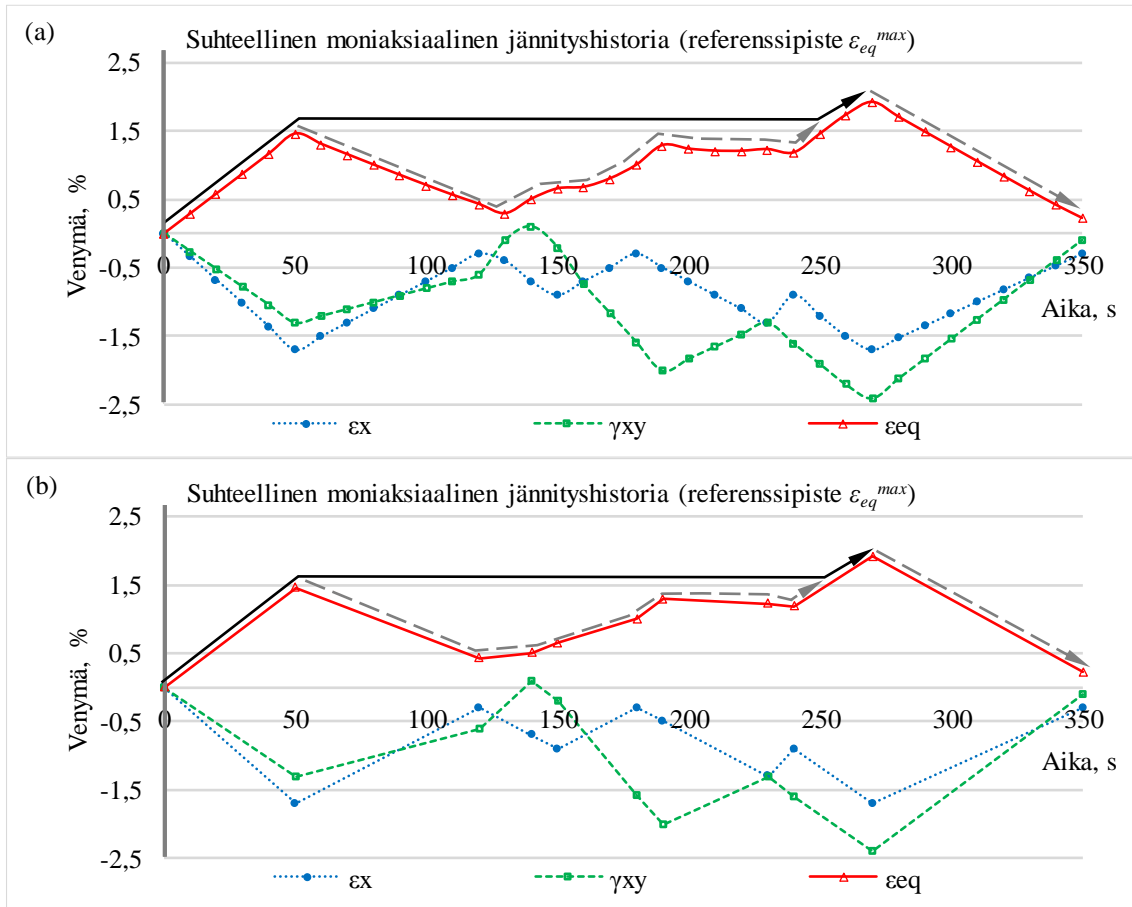
Seuraavaksi toiseen ryhmään jääneet osuudet käsitellään uudestaan saman algoritmin mukaisesti (kuva 4). Jokainen osuus käsitellään erillisenä ja referenssipisteeksi otetaan kyseisen osuuden alkupiste. Uuden suhteellisen komponenttistorian perusteella lasketaan uusi suhteellinen ekvivalenttivenymäkäyrä ja käsiteltävä data taas jaetaan kahteen osuuteen: datapisteet, joissa suhteellinen ekvivalenttivenymä kasvaa nolasta maksimiarvoon muodostavat seuraavan puolisyklin ja muut datapisteet siirtyvät jatkokäsittelyyn. Näin jatketaan, kunnes kaikki kuormitushistorian data on käsitelty.



Kuva 4. Moniaksaalisen kuormituksen sykli luokitus: (a) tilanne ensimmäisen luokitusaskelen jälkeen, (b) toinen ja kolmas luokitusaskel sekä jatkokäsittelyyn siirtyvä data. Suhteellinen venymä ϵ_x ja suhteellinen liukuma γ_{xy} ovat moniaksaalisen kuormituksen venymät suhteessa referenssipisteeseen, ja suhteellinen ekvivalenttivenymä ϵ_{eq} on suhteellisten venymäkomponenttien perusteella laskettu ekvivalenttivenymä.

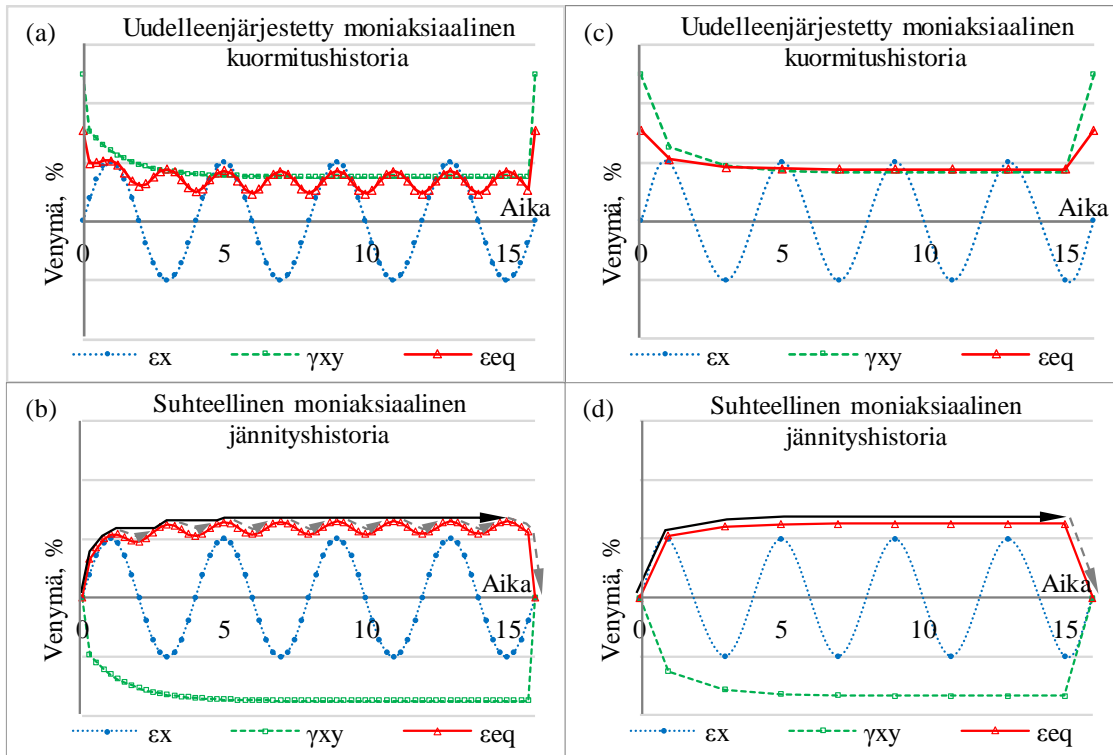
Wang–Brown-sykliluokituksen soveltaminen ääriarvopistedataan

Edellisessä kappaleessa oli esitetty Wang–Brown-menetelmän soveltaminen kuormitushistoriaan, joka sisältää ääriarvopisteiden lisäksi runsaasti ylimääräisiä välipisteitä (kuvat 3 ja 4). Ylimääräisten datapisteiden säilyttäminen hidastaa suurten datamäärien käsittelyä, joten välipisteet usein suodatetaan pois kuormitushistoriasta. Kuvassa 5 on esitetty Wang–Brown-sykliluokituksen soveltamista samaan kuormitushistoriaan, jossa on joko tiheämpi datapistemäärä tai vaihtoehtoisesti pelkät ääriarvopisteet. Kuvan 5 mukaisessa tapauksessa vaihtoehtojen välillä ei ole merkittävää eroa ja joskus Wang–Brown-menetelmän esittelyssä on käytetty ääriarvopistedataa käsittelemällä [8-10].



Kuva 5. Ylimääräiset datapisteet (a) ja pelkät ääriarvopisteet (b) sisältävän moniaksaalisen kuormitushistorian Wang–Brown-sykliluokitus. Suhteellinen ε_x ja suhteellinen γ_{xy} ovat moniaksaalisen kuormituksen venymät suhteessa referenssipisteeseen, suhteellinen ε_{eq} on suhteellisten venymäkomponenttien perusteella laskettu ekvivalenttivenymä.

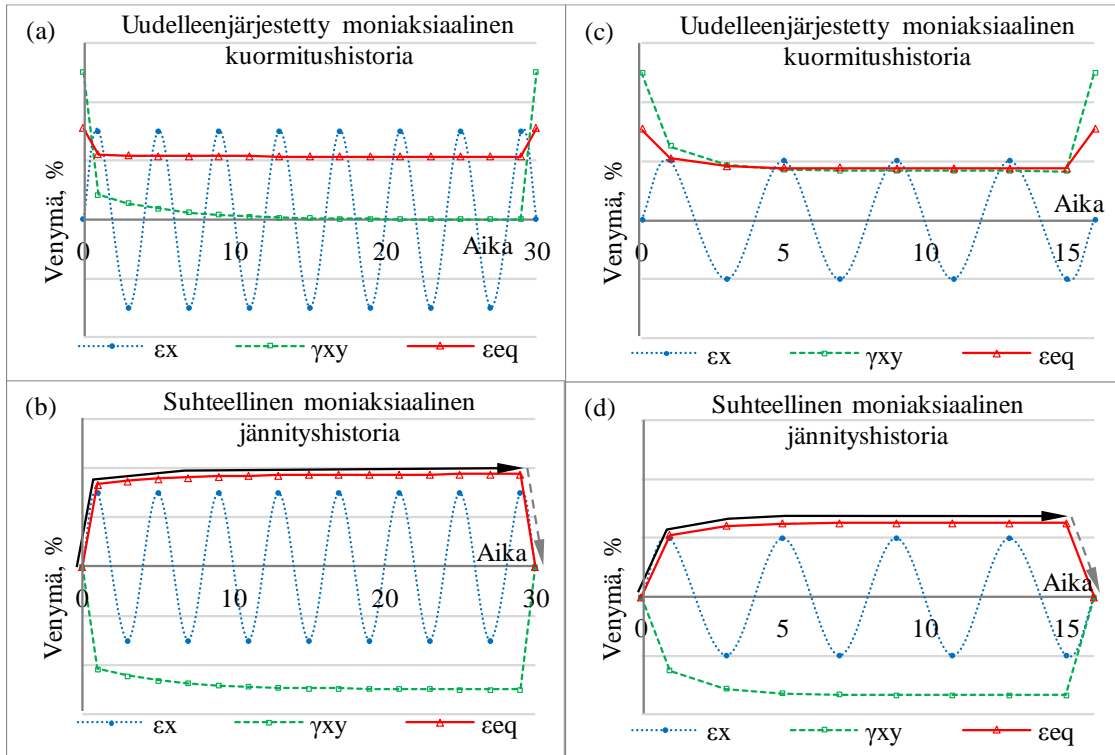
Tässä kuitenkin olisi otettava huomioon, että Wang–Brown-sykliluokituksen soveltaminen ääriarvopistesuodatettuun moniaksaalisen kuormitushistoriaan tietyissä tapauksissa voi johtaa ongelmatilanteisiin (kuva 6). Nämä potentiaaliset ongelmatilanteet eivät ole pelkästään teoreettisesti mahdollisia erikoistapauksia, vaan voivat olla esimerkiksi pyörivien koneenosien hyvin tyypillisiä kuormituksia. Työn seuraavissa luvuissa on esitetty tarkemmin nämä potentiaaliset ongelmatilanteet sekä mahdolliset keinot niiden välttämiseksi.



Kuva 6. Ylimääräiset datapisteet (a, b) ja pelkät ääriarvopisteet (c, d) sisältävän moniaksaalisen kuormitushistorian Wang–Brown-sykliluokitus. Ääriarvopistedatan tapauksessa suhteellisen ekvivalenttivenymän aikahistoria muodostaa vain yhden nousevan puolisyklin (musta nuoli) ja yhden laskevan (harmaa katkoviivanuoli). Komponentin ϵ_x säännölliset vaihtelut eivät näy suhteellisessa ekvivalenttivenymäkäyrässä (d).

Ongelmatilanteet ääriarvopistedatan Wang–Brown-sykliluokituksessa

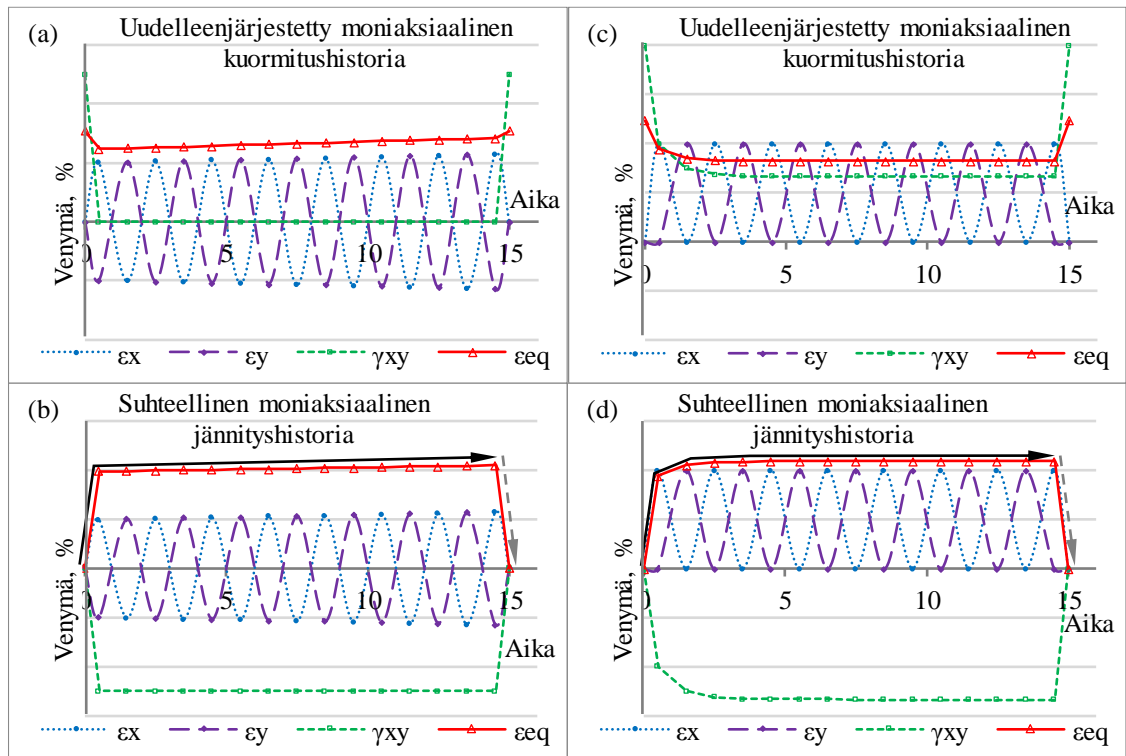
Ääriarvopistedatan Wang–Brown-sykliluokituksen potentiaaliset ongelmatilanteet syntyvät, kun jonkun komponentin säännölliset vaihtelut sulautuvat osaksi toisen komponentin yksittäisen suuremman kuormituspiikin muodostamaa sykliä. Tällöin säännölliset vaihtelut eivät näy suhteellisessa ekvivalenttivenymäkäyrässä ja vastaavat datapisteet voivat joutua osaksi havaittua puolisykliä, eivätkä siten pääse jatkokäsittelyyn, jossa kyseiset vaihtelut tulisivat esiin. Lopputuloksena nämä säännölliset vaihtelut voivat jäädä kokonaan ottamatta huomioon. Ongelmatilanteen syntymistä on havainnollistettu kuvassa 7. Esitetty esimerkkitapaus voi edustaa pyörivän akselin kuormitustilannetta, jossa vakioamplitudinen aksiaalikomponentti johtuu akselin taivutuksesta ja on sidottu kierrosliikuun ja leikkauskomponentin yksittäinen kuormituspiikki edustaa vääntökuorman hetkellistä huippua.



Kuva 7. Kaksi esimerkitapausta, jossa ongelmatilanteet syntyvät kahden komponentin (ε_x aksiaalivoimasta ja γ_{xy} vääntömomentista) ääriarvopistesuodatetun kuormitushistorian Wang–Brown-sykliluokituksessa (a, c). Ekvivalenttivenymän ε_{eq} maksimiarvoon perustuva referenssipiste määrittyy yksittäisen suuremman kuormituspiikin mukaan. Suhteellisen ekvivalenttivenymän aikahistoria muodostaa vain yhden nousevan puolisyklin (musta nuoli) ja yhden laskevan (harmaa katkoviivanuoli). Komponentin ε_x säännölliset vaihtelut eivät näy suhteellisessa ekvivalenttivenymäkäyrässä (b, d).

Ääriarvopistedatan Wang–Brown-sykliluokituksen liittyvät ongelmatilanteet voivat syntyä ainakin seuraavissa kuormitustapauksissa:

- Yksittäisen suuremman kuormituspiikin sisältävä komponentti yhdistettynä toisen komponentin säännölliseen vaihtokuormitukseen (jännityssuhde $R = -1$, kuva 7). Yksittäisen kuormituspiikin sisältävän komponentin perusarvo voi olla nolla (kuva 7a) tai nolasta poikkeava (kuva 7c).
- Yksittäisen suuremman kuormituspiikin sisältävä komponentti yhdistettynä kahden vastakkaisvaiheessa (vaihe-ero 180°) säännöllisesti vaihtelevaan komponenttiin (kuva 8). Yksittäisen kuormituspiikin sisältävän komponentin perusarvo voi olla nolla tai nolasta poikkeava. Vastakkaisvaiheessa säännöllisesti vaihtelevien komponenttien jännityssuhde voi olla esimerkiksi $R = -1$ tai $R = 0$.
- On myös muita mahdollisia erikoistapauksia, joissa useiden komponenttinvaihtelujen kombinaatiot antavat ekvivalenttivenymän vakioarvon ääriarvopisteissä. Tällaiset kombinaatiot yhdistettynä yksittäisen kuormituspiikin sisältävään komponenttiin voivat johtaa vastavanlaisiin ongelmatilanteisiin.



Kuva 8. Kahden säännöllisesti vaihtelevan komponentin (ε_x ja ε_y) ja yhden yksittäisen kuormituspiikin sisältävän komponentin (γ_{xy}) ääriarvopistesuodatettu moniaksaalinen kuormitushistoria ja sen Wang–Brown-sykliluokitus. (a) kuormituspiikin sisältävän komponentin perusarvo on nolla ja säännöllisesti vaihtelevien komponenttien jännityssuhteet ovat $R = -1$ ja amplitudi on vähän kasvava; (c) kuormituspiikin sisältävän komponentin perusarvo on nolosta poikkeava ja säännöllisesti vaihtelevien komponenttien jännityssuhteet ovat $R = 0$. Suhteellisen ekvivalenttivenymän aikahistoria muodostaa vain yhden nousevan puolisyklin (musta nuoli) ja yhden laskevan puolisyklin (harmaa katkoviivanuoli), vakioamplitudisten komponenttien vaihtelut eivät näy suhteellisessa ekvivalenttivenymäkäyrässä (b, d).

Ratkaisut ongelmatilanteiden välttämiseksi ääriarvopistesuodatetun datan Wang–Brown-sykliluokituksessa

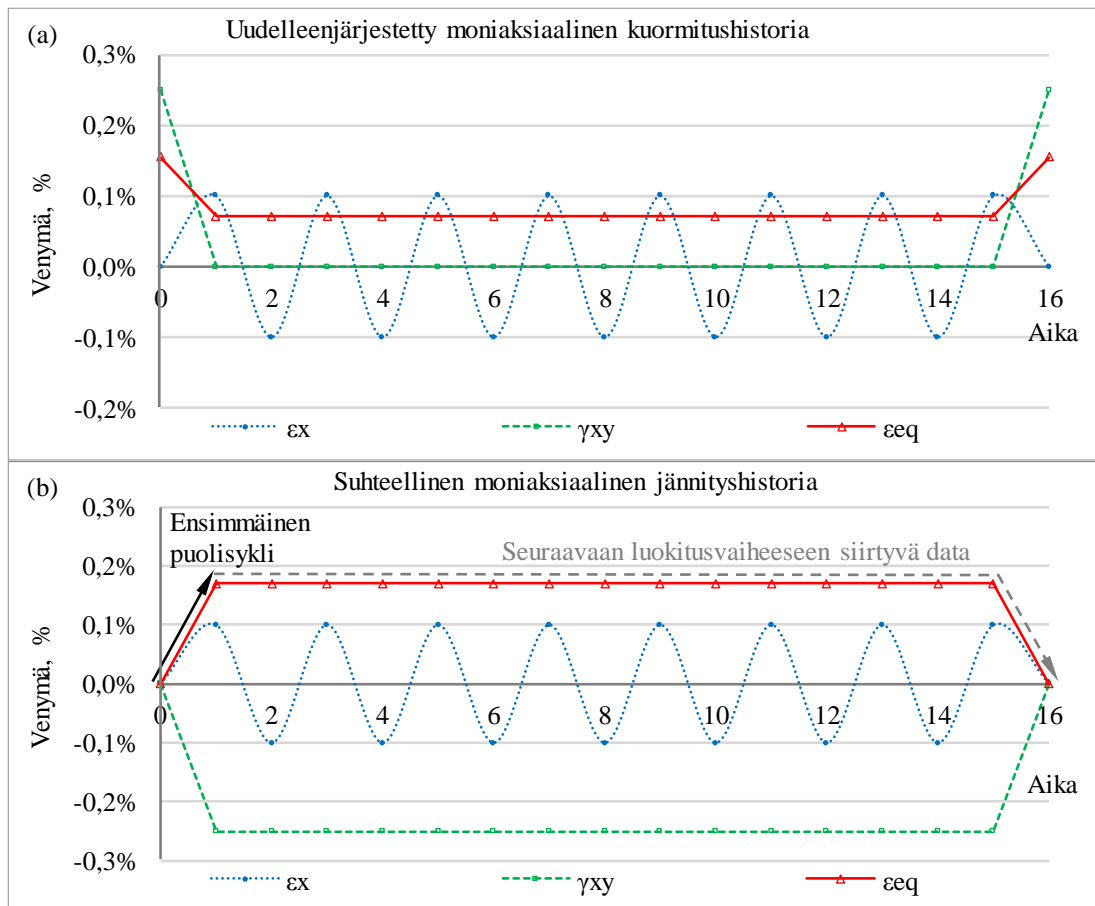
Suhteellisen ekvivalenttivenymäkäyrän vakioarvo-osuudet

Kaikissa ylempänä esitetyissä ongelmatilanne-esimerkeissä suhteellisen ekvivalenttivenymän käyrä oli hieman nouseva koko matkalla nolosta maksimiarvoon ilman vakioarvo-osuutta, johtuen joko säännöllisesti vaihtelevan komponentin vaihteluamplitudin kasvamisesta tai yksittäisen kuormituspiikin sisältävän komponentin käyrän muodosta. Luonnollisesti, jos sekä säännöllisesti vaihtelevan komponentin amplitudi, että yksittäisen kuormituspiikin sisältävän komponentin perusarvo pysyvät ihan vakiona, suhteelliseen ekvivalenttivenymäkäyrään tulee vaakasuora osuus (kuva 9). Vakioarvo-osuuden sisältävän ekvivalenttivenymäkäyrän tapauksessa on tärkeä, että sykliluokituksessa ääriarvopisteet, joissa suhteellisen ekvivalenttivenymän arvo pysyy samana, kuin edellisessä pisteessä, siirretään jatkokäsittelyyn menevään ryhmään, eikä luokitella puolisykliä

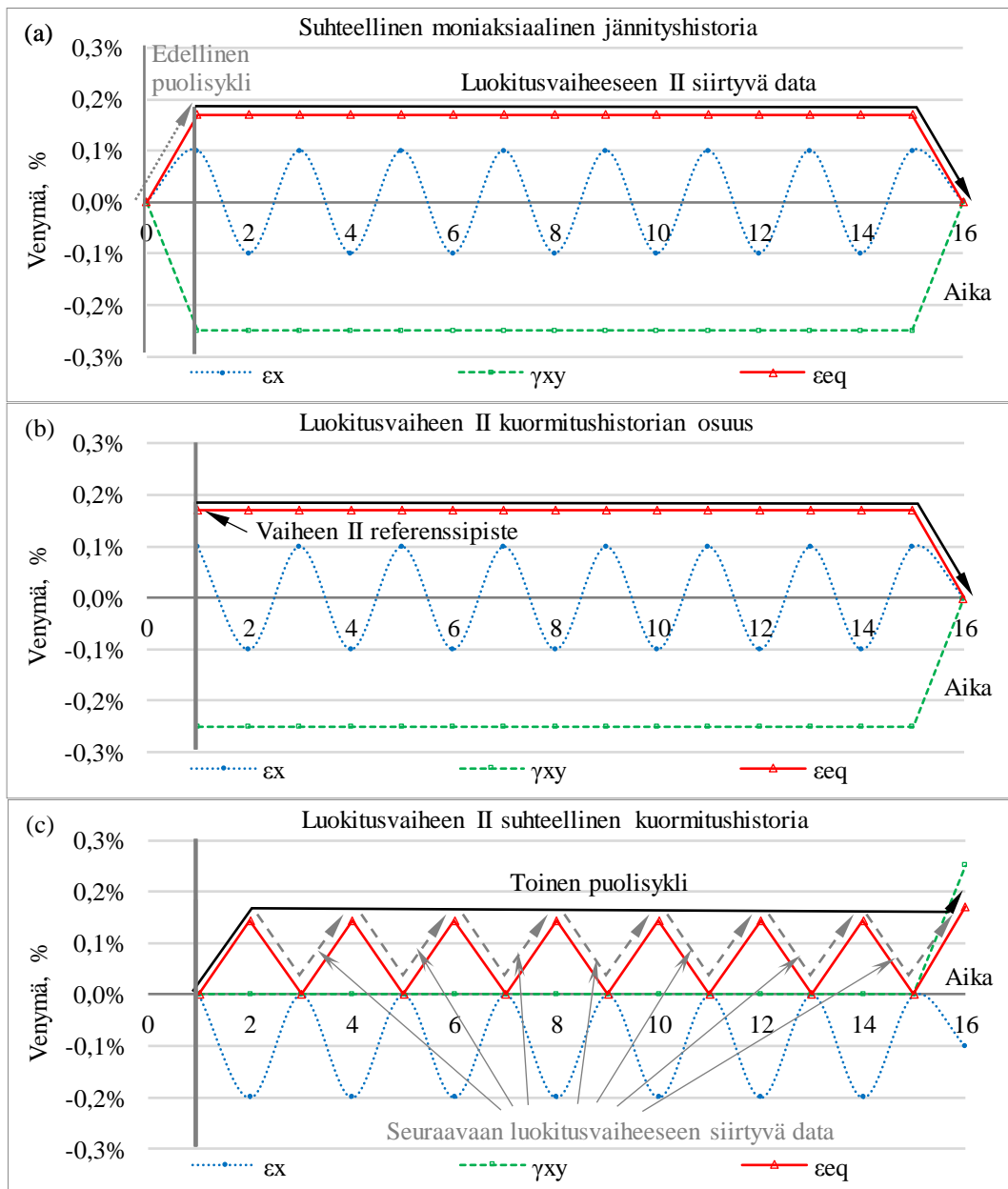
muodostavaksi. Tästä näkökulmasta oikein toimiva datapisteiden luokitusehto on esitetty alkuperäisessä Wang–Brown-julkaisussa [5]:

$$\varepsilon_{eq}(\tau) > \max_{t < \tau} \{\varepsilon_{eq}(t)\} \quad (4)$$

Tällä luokitusehdolla vain ne datapisteet, joissa suhteellisen ekvivalentin arvo on suurempi kuin aiemmin käsitellyissä datapisteissä siirretään puolisykliä muodostavaan ryhmään ja kaikki muut datapisteet (siis myös ne joissa suhteellisen ekvivalentin arvo on jo saavutettu aiemmin) siirtyvät jatkokäsittelyyn. Jatkokäsittelyssä suhteellisen ekvivalenttikäyrän vakio-osuutta vastaavat datapisteet käsitellään käyttäen referenssinä osuuden alkupistettä, jolloin myös pienempiä säännöllisiä vaihteluita vastaavat syklit saadaan havaittua (kuva 10). Yksinään tämä luokitusehdon noudattaminen ei kuitenkaan tehoa edellisessä luvussa esitettyihin ongelmatilanteisiin, joissa suhteellinen ekvivalenttikäyrä oli jatkuvasti vähän nouseva (kuvat 7 ja 8).



Kuva 9. Ääriarvopistesuodatetun datan (a) ensimmäisen puolisyklin määrittely (b), kun suhteellinen ekvivalenttikäyrä sisältää vakio-osuuden. Käyrän vakio-osuutta vastaavat datapisteet on siirrettävä jälkikäsiteltäväksi.



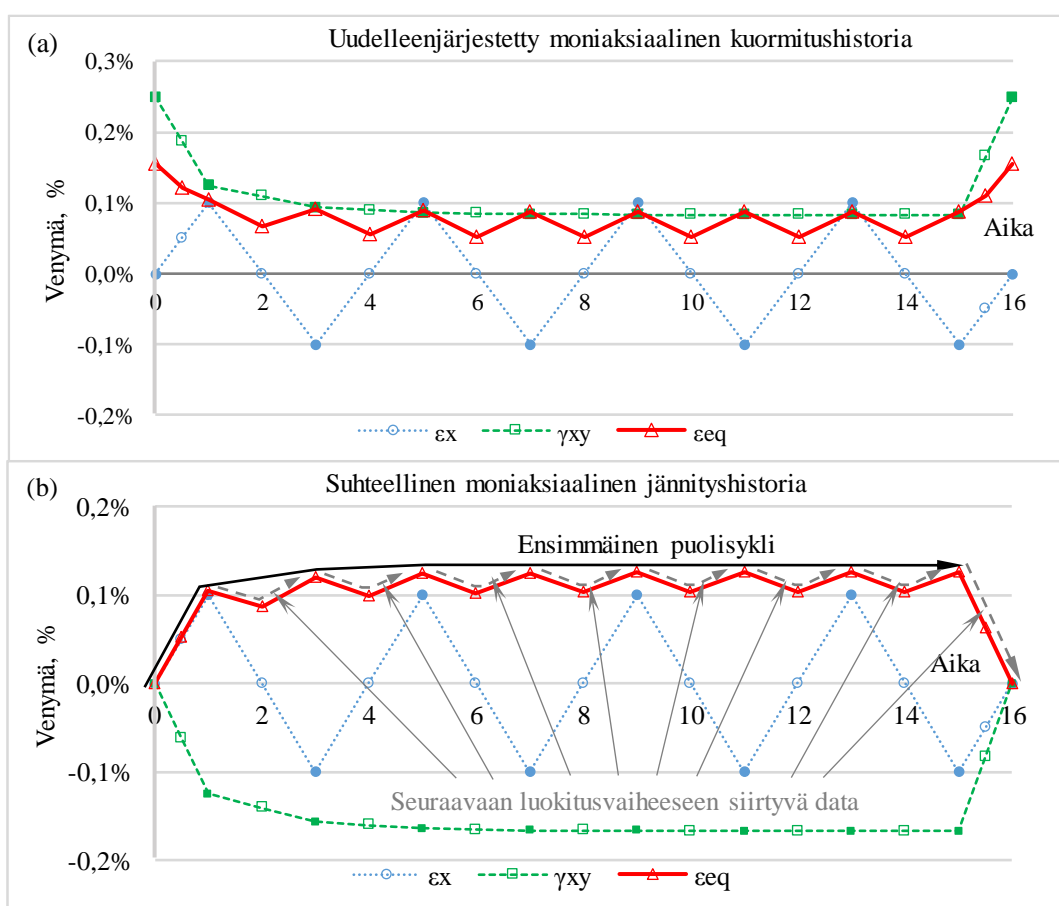
Kuva 10. Ekvivalenttivenymäkäyrän vakioarvo-osuutta vastaavan datan jatkokäsittely Wang–Brown-sykliluokituksessa: (a) edellisen luokitusvaiheen suhteellinen kuormitushistoria, (b) sen jälkikäsiteltävä osuus, (c) jatkokäsiteltävän osuuden suhteellinen aikahistoria suhteessa sen alkupisteeseen sekä vastaava suhteellinen ekvivalenttivenymäkäyrä. Musta nuoli kuvassa (c) esittää toisen puolisyklin ja harmaat katkoviivanuolet esittävät uuteen jatkokäsittelyyn menevät dataosuudet.

Virtuaalisten välipisteiden käyttö ekvivalenttivenymäkäyrän laskennassa

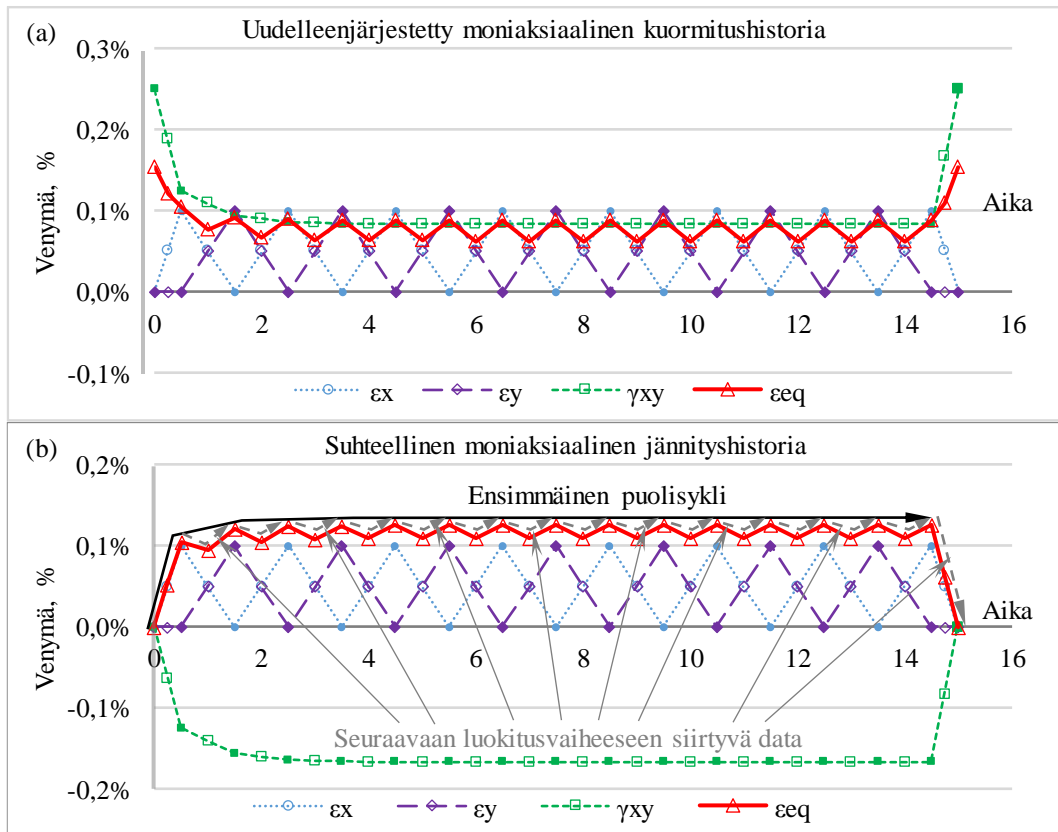
Jatkuvasti nousevan suhteellisen ekvivalenttivenymäkäyrän tapauksessa (kuvat 7 ja 8) pienempiä säännöllisiä vaihteluita vastaavat syklit saadaan esiin, jos kuormitushistoria sisältää ääriarvopisteiden lisäksi myös välipisteet (kuva 6). Kaikkien välipisteiden

säilyttäminen kuormitushistoriassa on kuitenkin epätoivottua, jos käsiteltävänä on suuri datamäärä. Yhtenä vaihtoehtona datan suodatuksessa olisi mahdollista säilyttää ääriarvopisteiden lisäksi vain välttämättömät välipisteet, jolloin säilytettävän datan määrä olisi pienempi, kuin kaikki datapisteet sisältävässä kuormitushistoriassa. Kuitenkin ongelmana olisivat edelleen tapaukset, joissa ääriarvopisteiden välillä ei ole välipisteitä jo alkuperäisessä kuormitusdatassa.

Yhtenä ratkaisuvaihtoehtona tähän olisi Wang–Brown-sykliluokituksen liittyvän ekvivalenttikäyrän laskeminen sekä ääriarvopisteissä, että niiden välisissä virtuaalisissa välipisteissä. Tarvittavat komponenttien arvot virtuaalisissa välipisteissä saadaan laske-
malla vierekkäisten ääriarvopisteiden vastaavien komponenttien keskiarvot. Virtuaalisten välipisteiden laskeminen tässä tapauksessa voisi olla osana itse luokitusalgoritmia ilman että ne olisi sijoitettava varsinaiseen ääriarvopisteitä sisältävään kuormitushistoriaan. Kuvissa 11 ja 12 on esitetty pelkän ääriarvopistedatan sisältävän kuormitushistorian sykliluokitus käyttäen virtuaalisia välipisteitä.



Kuva 11. Kahden komponentin (ϵ_x aksiaalivoimasta ja γ_{xy} vääntömomentista) ääriarvopistesuodatetun kuormitushistorian Wang–Brown-sykliluokitus käyttäen virtuaalisia välipisteitä (a). Ekvivalenttivenymä ϵ_{eq} on laskettu sekä komponenttien todellisissa ääriarvopisteissä (täytetyt symbolit), että virtuaalisissa välipisteissä (ontot symbolit). Ensimmäisen luokitusaskelen jälkeen pienempiä säännöllisiä vaihteluja sisältävät datapisteet siirtyvät jatkokäsittelyyn, jossa vastaavat kuormitussyklit saadaan esiin (b, vertaa kuviin 7c ja 7d).



Kuva 12. Kolmen komponentin (normaalivenymät ε_x ja ε_y ja luikuma γ_{xy}) ääriarvopistesuodatetun moniaksaalisen kuormitushistorian Wang–Brown-sykliluokitus käyttäen virtuaalisia välipisteitä (a). Ekvivalenttivenymä ε_{eq} on laskettu sekä komponenttien todellisissa ääriarvopisteissä (täytetyt symbolit), että virtuaalisissa välipisteissä (ontot symbolit). Ensimmäisen luokitusaskelen jälkeen pienempiä säännöllisiä vaihteluja sisältävät datapisteet siirtyvät jatkokäsittelyyn, jossa vastaavat kuormitusyykliä saadaan esiin (b, vertaa kuviin 8c ja 8d).

Yhteenveto ja johtopäätökset

Yksiaksaalisen kuormitushistorian sykliluokitukseen käytettävää perinteistä Rainflow-menetelmää sovelletaan ääriarvopistesuodatettuun dataan. Perinteisen Rainflow-luokituksen yhteydessä alkuperäisdatan ääriarvopistesuodatus ylimääristen välipisteiden poistamiseksi on oletusarvo, mutta Wang–Brown-menetelmän tapauksessa tilanne ei ole sama. Moniaksaalisen kuormitushistorian sykliluokitukseen käytettävän Wang–Brown-menetelmän tapauksessa ääriarvopistesuodatetun tai muuten vain ääriarvopisteet sisältävän datan käsittely tietyissä tapauksissa voivat johtaa väsymiskestävyyden kannalta kriittisiin ongelmatilanteisiin, jossa ratkaisevia vaihteluja ei havaita lainkaan. Tähän Wang–Brown-menetelmän erikoisuuteen ei ole kiinnitetty huomiota kirjallisuudessa tai menetelmän käyttöön liittyvissä julkaisuissa, joten asia voi helposti jäädä huomamatta ja väärinkäsityksen riski on suuri. Ongelmatilanteet voivat syntyä ääriarvopistesuodatetun datan Wang–Brown-sykliluokituksessa, kun jonkun komponentin säännölliset vaihtelut

sulautuvat ekvivalenttikäyrässä osaksi toisen komponentin suuremman yksittäisen kuormituspiikin muodostamaa sykliä. Tällaisessa tapauksessa komponentin säännölliset vaihtelut voivat jäädä näkymättömiksi pelkistä ääriarvopisteissä lasketussa suhteellisen ekvivalenttivenymän käyrässä, jolloin vastaavat kuormitussyklit eivät löydy, vaikka niiden lukumäärä olisi suuri ja ne olisivat täysin ratkaisevia väsymiskestävyyden kannalta. Tällaisten ongelmatilanteiden välttämiseksi suhteellinen ekvivalenttivenymä voidaan laskea ääriarvopisteiden lisäksi myös virtuaalisissa välipisteissä, käyttäen vierekkäisten ääriarvopisteiden keskiarvoja. Laskennalliset virtuaaliset välipisteet voidaan pitää osana luokitusalgoritmia ilman niiden fyysistä lisäämistä käsiteltävään kuormitushistoriaan. Lisäksi suhteellisen ekvivalenttivenymäkäyrän mahdollisen vakioarvo-osuuden käsittelyssä on varmistettava, että vakio-osuutta vastaava data aina siirretään jatkokäsittelyyn eikä luokitella osaksi löydettyä puolisykliä. Esitetyllä muutoksella Wang–Brown-menetelmää voidaan soveltaa myös vain ääriarvopisteitä sisältävän moniaksaalisen datan sykliluokittukseen ilman vaaraa potentiaalisten ongelmatilanteiden syntymisestä. Menetelmän soveltuvuus vain ääriarvopisteitä sisältävän datan käsittelyyn on tärkeää sekä ääriarvopistetuodatuksella saavutettavan laskennan tehostamisen kannalta, että myös tavanomaisessa suunnittelutyössä käytettävän kvasistaattisen analyysin kannalta, jossa usein otetaan huomioon vain äärikuormitustilanteet ja analyysin tuloksena syntyvä laskennallinen jännityshistoria jo lähtökohtaisesti sisältää vain ääriarvopisteet.

Viitteet

- [1] M. Matsuishi, T. Endo. *Fatigue of metals subjected to varying stress*, Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, Japan, 1968
- [2] S.D. Downing, D.F. Socie. Simple rainflow counting algorithms. *International Journal of Fatigue*, Volume 4 (1), 31–40, 1982. [http://dx.doi.org/10.1016/0142-1123\(82\)90018-4](http://dx.doi.org/10.1016/0142-1123(82)90018-4)
- [3] A. Hobbacher. *Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components*. International Institute of Welding, doc. XIII-2151r4-07/XV-1254r4-07. Paris, France, 2008
- [4] D.F. Socie, G.B. Marquis. *Multiaxial Fatigue*. SAE International, Warrendale, 2000. ISBN 0-7680-0453-5
- [5] C.H. Wang, M.W. Brown. Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue – Part 1: Theories. *Journal of Engineering Materials and Technology* (Transactions of the ASME), Vol.118 (3), 367–370, 1996. <http://dx.doi.org/10.1115/1.2806821>
- [6] J.A. Bannantine, D.F. Socie. *A variable amplitude fatigue life prediction method*. 3rd International Conference on Biaxial/Multiaxial Fatigue Stuttgart, 1989.
- [7] J.A. Bannantine, D.F. Socie. *A variable amplitude fatigue life prediction method*. In: Kussmaul K, McDiarmid D, Socie D, editors. *Fatigue under biaxial and multiaxial loading*, ESIS 10. London: Mechanical Engineering Publications, p. 36–51, 1991.
- [8] G.R. Ahmadzadeh, A. Varvani-Farahani. Fatigue life assessment of steel samples under various irregular multiaxial loading spectra by means of two energy-based

- critical plane damage models. *International Journal of Fatigue*, Vol. 84, 113–121, 2016. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.11.018>
- [9] M.A. Meggiolaro, J.T.P. de Castro. An improved multiaxial rainflow algorithm for non-proportional stress or strain histories – Part II: The Modified Wang–Brown method. *International Journal of Fatigue*, Vol. 42, 194–206, 2012. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.10.012>
- [10] I.J. Calf. *Multiaxial fatigue criteria for offshore mooring chain links subjected to out-of-plane bending*. MSc Thesis, Delft University of Technology, Department Maritime & Transport Technology, 2015. <http://resolver.tudelft.nl/uuid:da489993-b134-4a1d-b817-c984afc3b0fa>

Alexei Yanchukovich, Antti Ahola, Timo Björk
Lappeenranta teknillinen yliopisto
alexei.yanchukovich@lut.fi, antti.ahola@lut.fi, timo.bjork@lut.fi