

Purkautumiskerroin ja häviökerroin

Eero-Matti Salonen¹ ja Rauno Holopainen

Tiivistelmä Artikkelin aiheena on painovoimaisen ilmanvaihdon soveltaminen hormi-tyyppiin aukkoihin käyttäen hyväksi mekaanisen energian taseen periaatetta. Kanavisto-virtauksen käsitteen häviökerroin yhteys painovoimaisen ilmanvaihdon käsitteeseen purkautumiskerroin tulee esille. Kontrollitilavuustarkastelut ovat tärkeässä asemassa. Kaksi yksinkertaista esimerkitapausta esitetään. Artikkelin aiheeltaan opetuksellinen.

Avainsanat: painovoimainen ilmanvaihto, purkautumiskerroin, häviökerroin, käyttövoima, kanavistovirtaus, mekaanisen energian tase, kontrollitilavuus

Vastaanotettu: 13.4.2021. *Hyväksytty:* 2.8.2022. *Julkaistu verkossa:* 15.12.2022.

Johdanto

Tämä artikkeli on eräänlainen jatko-osa artikkelille [1], jossa on selostettu painovoimaisen ilmanvaihdon käsitettä purkautumiskerroin ja sen soveltamista. Tarkastellaan toistona ja johdantona kuvaa 1. Kuvan huonetilan vasemmanpuoleisessa seinässä on ilma-aukko. Sen läpi kulkeva tilavuusvirta q esitetään muodossa

$$q = C_d A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}, \quad (1)$$

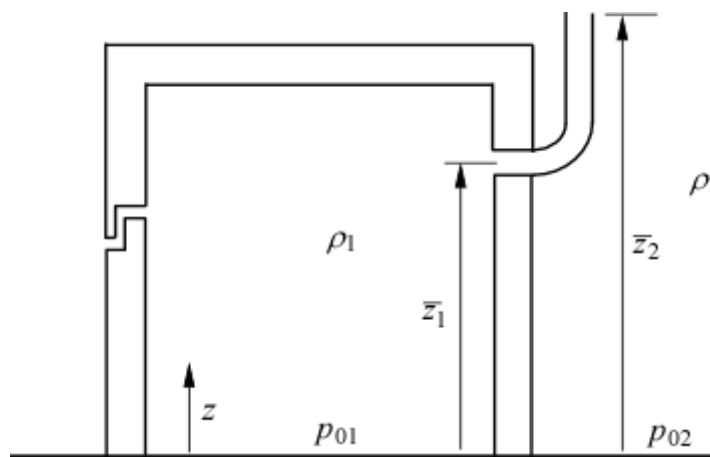
jossa C_d on purkautumiskerroin, A aukon poikkileikkauksen pinta-ala, ρ aukossa virtaavan ilman tiheys ja Δp aukkoon liittyvä paine-ero. Artikkelissa [1] käsiteltiin erityisesti paine-eron lausekkeen sisältöä ja johtamista käyttäen hyväksi mekaanisen energian taseen periaatetta. Nyt kuvan oikeanpuoleiseen seinään on liitetty uutena piirteenä "niin pitkä aukko, ettei se ole enää aukko" vaan hormi (engl. stack, flue, chimney). Voidaan ko hormia käsitellä samaan tapaan kuin aukkoa?

Kaavan (1) soveltamisen yhteydessä ei tiedetä mitään virtauksen yksityiskohdista aukossa ja sen välittömässä läheisyydessä. Mutta nämä tiedot eivät itse asiassa ole käytännössä kiinnostaviakaan, koska suureen q arvon tunteminen riittää. Hormien yhtey-

¹Vastuullinen kirjoittaja: eeromatti.salonen@gmail.com

dessä ei myöskään mikään estä soveltamasta kaavaa (1), jos vain kaikki oikean puolen suureet ovat siinä järkevästi määriteltyjä ja tunnettuja. Hormit voivat kuitenkin olla geometrioiltaan niin vaihtelevia, ettei mitään suoria käsikirjakaavoja ole välttämättä käytettävissä. Tämä merkitsee, että virtausta itse hormissa tulee jollakin tarkkuudella yrittää mallintaa. Virtaus hormissa liittyy läheisesti kanavistovirtaukseen (engl. duct flow) tai putkivirtaukseen (engl. pipe flow) ja täten näiden aihepiirien tuloksia on luonnollisesti syytä yrittää hyödyntää. Eräs ongelma syntyy kuitenkin jo siitä, että painovoimaisen ilmanvaihdon ja kanavistovirtauksen terminologiat ovat niin erikoistuneita, että voi olla vaikeaa saada selkoa eri termien merkityksestä. Esimerkiksi kanavistovirtauksessa käytetään muun muassa sellaisia englanninkielisiä nimityksiä kuten head, static pressure, dynamic pressure, velocity pressure, total pressure, pressure loss, dynamic loss, jne. [2]. Nämä ovat omiaan aiheuttamaan sekaannusta. Esimerkiksi staattisella paineella (engl. static pressure) tarkoitetaan kyseisessä lähteessä (kuten myös muuten yleisesti virtausmekaniikassa) ainealkioon liittyvää jännityskäsitettä, jota on totuttu kiinteän aineen mekaniikassa kutsumaan yksinkertaisesti pelkäksi paineeksi (engl. pressure). Siis kyseisen lähteen (ja virtausmekaniikan) "staattinen paine" ei ole — kuten nimen perusteella voisi helposti kuvitella — nesteen lepotilaan liittyvä paine kuten hydrostaattinen paine. Jatkossa pyritään välttämään alan eksoottisia termejä.

Lähteessä [3] on tarkasteltu (eri merkinnöin kuin tässä) kuvan 1 tyyppistä tapausta siten, että kyseessä on kolme eri vakiotiheyttä: huonetilan tiheys ρ_1 , ulkotilan tiheys ρ_2 ja hormitilan tiheys ρ_c . Tarkoituksena on tässä aluksi tutkia, saadaanko mekaanisen energian taseen periaatteen soveltamisella hormiin sama paine-eron Δp lauseke kuin lähteessä [3] syntyy pietsometrisen paineen avulla toimien. Tarkastellaan ensin tapausta, jossa virtaus on huonetilasta ulos. Jos hormin yhteyteen ei liity oleellista lämmitysosuutta, on tällöin tavanomaista otaksua myös hormitilan tiheydeksi ρ_1 eli asetetaan johdetuissa kaavoissa lopuksi $\rho_c = \rho_1$.



Kuva 1. Huonetila.

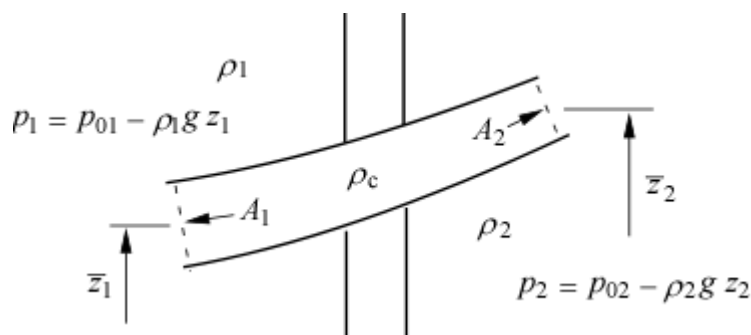
Virtaus hormissa

Merkintöjä

Kuvassa 2 on esitetty kaaviollisesti kuvan 1 seinän läpäisevä hormi (nyt eri muotoisena) ja siihen liittyviä merkintöjä. Seinän eri puolille otaksutaan edelleen kuvan 1 mukaisesti ilman vakiotiheydet ρ_1 ja ρ_2 ja siten (etäälle hormin aukoista) myös kuvassa 2 esitetyt hydrostaattiset painejakaumat

$$p_1 = p_{01} - \rho_1 g z_1, \quad p_2 = p_{02} - \rho_2 g z_2, \quad (2)$$

joissa z on referenssitasosta ylöspäin positiivisena mitattu korkeusasema ja p_{01} ja p_{02} ovat vastaavat paineen arvot referenssitasolla.



Kuva 2. Seinän läpäisevä hormi.

Hormin päiden poikkileikkausten pinta-alat ovat A_1 ja A_2 ja tilavuusvirta poikkileikkausten läpi positiivisina otaksuttuun virtaussuuntaan nähden q_c . Tässä siis otaksutaan lähteen [3] esitystä seuraten tiheys hormissa vakioksi ρ_c .

Sovelletaan kuten artikkelissa [1] pysyvän virtauksen massan taseyhtälöä

$$\int_S \rho v_n dS = 0 \quad (3)$$

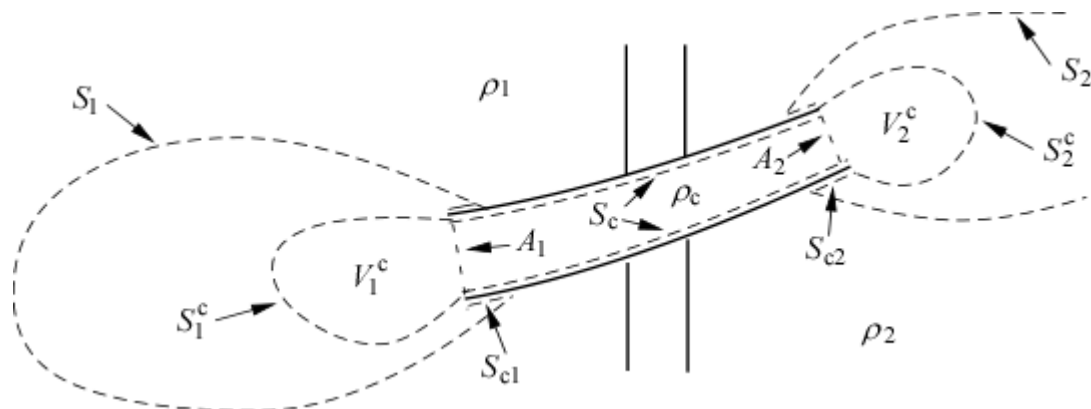
sekä mekaanisen energian taseyhtälöä

$$-\int_S p v_n dS - \int_S \frac{1}{2} \rho v^2 v_n dS - \int_S \rho g z v_n dS = D - \int_V p d_{ii} dV + \int_S t_i^T v_i dS \quad (4)$$

sopivasti valituille kontrollitilavuuksille V ja vastaaville suljetuille kontrollipinnoille S . Edellä D on dissipaatio eli "häviö", v^2 virtausvauhdin neliö ja v_n virtausnopeus-vektorin komponentti kontrollipinnan ulospäin suunnatun normaalin suuntaan. Yhtälön (4) tilavuusintegraali on kokoonpuristumistermi, joka ottaa huomioon tiheyden muutosten vaikutuksen. Jatkossa vähäiseksi otaksuttu viskoosien traktioiden antama yhtälön (4) viimeinen integraali jätetään jälleen pois.

Hormin dissipaatio arvioidaan lopuksi kanavistovirtauksen painehäviölausekkeiden avulla. Ensiksi kuitenkin hormin purkautumiskertoimeen liittyvä paine-eron Δp lauseke johdetaan samaan tapaan kuin artikkelissa [1].

Aluemerkitöjä



Kuva 3. Aluemerkitöjä.

Kuvassa 3 on esitetty useita kontrollipintojen osia. Jatkossa sovelletaan eri kontrollitilavuuksia ja niihin liittyviä kontrollipintoja. Jotta vältettäisiin useiden samantyyppisten piirrosten esittäminen, käytetyt kontrollitilavuudet selostetaan aina erikseen sanallisesti valikoimalla osia kuvan 3 esittämistä pinnoista ja taso-osista.

Virtausyhtälöt

Massan säilyminen

Otaksutaan virtaussuunnaksi suunta $1 \rightarrow 2$. Aloitetaan johtamalla tilavuusvirtojen ja tiheyksien välisiä yhteyksiä. Ne ovat intuitiivisesti ilmeisiä, mutta ne käsitellään tässä kuitenkin yksityiskohtaisesti. Ensimmäiseksi valitun kontrollitilavuuden kontrollipinta on pallomainen osuus S_1 , hormin seinämään liittyvä osuus S_{c1} ja hormin aukkoon liittyvä taso-osa A_1 . Massan säilymisyhtälö (3) saa muodon (pinnalta S_{c1} ei tule osuuksia)

$$\rho_1 \int_{S_1} v_n dS + \rho_c \int_{A_1} v_n dA = 0. \quad (5)$$

Tässä ensimmäinen integraali esittää miinusmerkkisenä tilavuusvirtaa pinnan S_1 läpi alueen sisään; merkitään q_1 , ja jälkimmäinen integraali on tilavuusvirta hormissa q_c . Täten saadaan siis massavirtoja koskeva yhtälö

$$-\rho_1 q_1 + \rho_c q_c = 0. \quad (6)$$

Seuraavan kontrollitilavuuden kontrollipinnat olisivat hormin tasoalueet A_1 ja A_2 sekä hormin pintaan liittyvä osuus S_c . Koska kuitenkin pysyvässä putki- tai kanavisto-

virtauksessa aksiaalinen massavirta on vakio ja tässä tiheys hormissa on otaksuttu vakioksi ρ_c , tilavuusvirta hormin poikkileikkauksessa 2 on suoraan ilman kontrollitilavuuskäsittelyä luonnollisesti edelleen vakio q_c .

Kolmannen kontrollitilavuuden kontrollipinnat ovat tasoalue A_2 , hormin pintaan liittyvä osuus S_{c2} sekä pallomainen pinta S_2 . Saadaan yhtälö

$$\rho_c \int_{A_2} v_n dA + \rho_2 \int_{S_2} v_n dS = 0 \quad (7)$$

eli

$$-\rho_c q_c + \rho_2 q_2 = 0. \quad (8)$$

Tässä siis tilavuusvirtaa pinnan S_2 läpi ulos on merkitty tunnuksella q_2 . Lopputuloksena on kolmea tiheyttä ρ_1 , ρ_c , ρ_2 ja kolmea tilavuusvirtaa q_1 , q_c , q_2 koskevat ilmeiset kaksi taseyhtälöä (6) ja (8), jotka itse asiassa ilmaisevat vain, että tarkasteltavan systeemin läpi kulkeva massavirta on vakio.

Mekaanisen energian tase

Otetaan tarkastelun kohteeksi kontrollitilavuus, johon kuuluu pallomainen kontrollipinta S_1 , hormin seinämän päähän liittyvä osuus S_{c1} , hormin seinämään liittyvä osuus S_c , hormin seinämän toiseen päähän liittyvä osuus S_{c2} ja pallomainen pinta S_2 (kuva 3). Virtausta tapahtuu vain pintojen S_1 ja S_2 kautta ja kaavan (4) perusteella saadaan taseyhtälö

$$\begin{aligned} -\int_{S_1} p_1 v_n dS - \int_{S_1} \rho_1 g z_1 v_n dS - \int_{S_2} p_2 v_n dS - \int_{S_2} \rho_2 g z_2 v_n dS = \\ D - \int_V p d_{ii} dV. \end{aligned} \quad (9)$$

Ensinnäkin on jälleen otaksuttu kuten artikkelissa [1], että pallomaisilla pinnoilla S_1 ja S_2 virtausvauhtiin liittyvä neliöllinen termi voidaan jättää muiden termien rinnalla pienenä pois. Ottamalla sitten huomioon lausekkeet (2) vastaavasti pinnoilla S_1 ja S_2 saadaan seuraavaksi muoto

$$-p_{01} \int_{S_1} v_n dS - p_{02} \int_{S_2} v_n dS = D - \int_V p d_{ii} dV \quad (10)$$

ja vielä edellä määriteltyjä tilavuusvirtojen merkintöjä soveltaen muoto

$$p_{01} q_1 - p_{02} q_2 = D - \int_{V_1^c} p d_{ii} dV - \int_{V_2^c} p d_{ii} dV. \quad (11)$$

Uudet merkinnät V_1^c ja V_2^c viittaavat vastaavasti osa-alueisiin, joilla tiheyden otaksutaan muuttuvan arvosta ρ_1 ennen hormia arvoon ρ_c ja sitten hormin jälkeen arvosta ρ_c arvoon ρ_2 (kuva 3). Tässä pyritään siis arvioimaan artikkelin [1] liitteessä esitetyllä tavalla kokoonpuristumistermien osuutta. Kontrollitilavuuteen V_1^c kuuluu pallomainen

kontrollipinta S_1^c ja tasoalue A_1 . Kontrollitilavuuteen V_2^c kuuluu pallomainen kontrollipintapinta S_2^c ja tasoalue A_2 . Artikkelin [1] liitteen esityksen mukaisesti saadaan arviot

$$-\int_{V_1^c} p d_{ii} dV \approx -p_{m1} \left(\int_{S_1^c} v_n dS + \int_{A_1} v_n dA \right), \quad (12)$$

$$-\int_{V_2^c} p d_{ii} dV \approx -p_{m2} \left(\int_{S_2^c} v_n dS + \int_{A_2} v_n dA \right). \quad (13)$$

Suureet p_{m1} ja p_{m2} ovat alueissa vallitsevat keskimääräisen paineen arvot, joiksi otetaan tässä aukkojen korkeudessa vallitsevat hydrostaattiset paineet:

$$p_{m1} = \bar{p}_1 \equiv p_{01} - \rho_1 g \bar{z}_1, \quad p_{m2} = \bar{p}_2 \equiv p_{02} - \rho_2 g \bar{z}_2. \quad (14)$$

Kaavoissa (12) ja (13) näkyvät myös aikaisemmin määritellyt tilavuusvirrat (tilavuusvirta pinnan S_1^c läpi on sama kuin tilavuusvirta pinnan S_1 läpi ja vastaava koskee pintoja S_2^c ja S_2), joten saadaan lausekkeet

$$-\int_{V_1^c} p d_{ii} dV \approx -\bar{p}_1 (-q_1 + q_c), \quad (15)$$

$$-\int_{V_2^c} p d_{ii} dV \approx -\bar{p}_2 (q_2 - q_c). \quad (16)$$

Näiden kokoonpuristumistermien mukaanotto yhtälössä (11) antaa ensin

$$p_{01} q_1 - p_{02} q_2 = D - (p_{01} - \rho_1 g \bar{z}_1)(-q_1 + q_c) - (p_{02} - \rho_2 g \bar{z}_2)(q_2 - q_c). \quad (17)$$

Tämän sievennys antaa seuraavaksi

$$\rho_1 g \bar{z}_1 q_1 - \rho_2 g \bar{z}_2 q_2 + (p_{01} - \rho_1 g \bar{z}_1) q_c - (p_{02} - \rho_2 g \bar{z}_2) q_c = D. \quad (18)$$

Tilavuusvirta hormiosuudessa on q_c , joten esitetään q_1 ja q_2 sen avulla lausuttuina. Kaavojen (6) ja (8) perusteella

$$q_1 = \frac{\rho_c}{\rho_1} q_c, \quad q_2 = \frac{\rho_c}{\rho_2} q_c. \quad (19)$$

Näiden sijoitus yhtälöön (18) ja manipulointi antaa tuloksen

$$\Delta p q_c = D, \quad (20)$$

jossa paine-ero

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} + \rho_2 g \bar{z}_2 - \rho_1 g \bar{z}_1 - \rho_c g (\bar{z}_2 - \bar{z}_1). \quad (21)$$

Tämä on siis kaavassa (1) hormiin sovellettavan paine-eron lauseke. Sen vertailu lähteessä [3] pietsometrisen paineen avulla johdettuun tuloksen tuottaa saman lausekkeen. Jos käsittely toistetaan ottamalla virtaussuunnaksi suunta $2 \rightarrow 1$, paine-eroksi saadaan

lauseke (21) vastakkaismerkkisenä. Tällöin termi q_c on jälleen määritelty positiiviseksi. Lähteessä [3] merkkisäännöt poikkeavat tässä käytetyistä, joka haittaa hieman lausekeiden vertailua. Kun kaavaa (21) sovelletaan eri tilanteissa, on jälleen syytä korostaa, että siinä indeksi 1 viittaa *aukon suhteen* sisäänvirtausalueeseen ja indeksi 2 *aukon suhteen* ulosvirtausalueeseen.

Kaavan (21) oikeellisuutta tukee vielä vertailu artikkelissa [1] johdettuihin tuloksiin. Jos ensinnäkin otaksutaan "yhden tiheyden tapaus" $\rho_1 = \rho_2 = \rho_c = \rho$, kaava antaa paine-eron

$$\Delta p = p_{01} - p_{02}. \quad (22)$$

Tämä on artikkelin [1] vastaavassa tapauksessa antama tulos. Jos sitten tarkastellaan artikkelissa [1] käsiteltyä "kahden tiheyden tapaus" $\rho_c = \rho_1$, saadaan

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} + (\rho_2 - \rho_1)g \bar{z}_2. \quad (23)$$

Tämä vastaa jälleen artikkelissa [1] saatua tulosta.

Käyttövoima

Suomenkielisissä lähteissä [4] ja [5] on tarkasteltu lyhyesti painovoimaisen poisto-hormin teoriaa ja sovellettu sen yhteydessä käsitettä hormin "käyttövoima". Se on tämän artikkelin merkinnöin paine-ero

$$\Delta p = (\rho_2 - \rho_1)gh, \quad (24)$$

jossa h on hormin korkeus $\bar{z}_2 - \bar{z}_1$. Lauseke syntyy intuitiivisesti tarkastelemalla tiheyksien ρ_2 ja ρ_1 sekä korkeuden h omaavien ilmapatsaiden synnyttämien hydrostaattisten paineiden erotusta. Todettakoon vielä, että jos sisätilan lämpötila on suurempi kuin ulkotilan lämpötila eli jos $T_1 > T_2$, $\rho_1 < \rho_2$ ja paine-ero (24) on — kuten pitääkin, jos halutaan ulosvirtausta — positiivinen. Paine-eroa (24) on käytetty sitten suoraan kanavistovirtauksen painehäviölausekkeita soveltaen hormin tilavuusvirran määrittämiseen. Tämä on ilmeisen käytännöllinen tapa arvioida hormin toimintaa.

Tarkastellaan kaavaa (24) nyt kaavan (23) kautta. Otaksutaan mukavuussyistä referenssitaso kuvan 2 tapauksessa uuteen, kuvan esittämään hormin ala-aukon korkeusasemaan \bar{z}_1 . (Referenssitaso voidaan kiinnittää mihin korkeuteen hyvänsä.) Tällöin (uusi) kaava (23) on muotoa

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} + (\rho_2 - \rho_1)gh. \quad (25)$$

Vertailu kaavojen (24) ja (25) välillä osoittaa, että käyttövoiman (24) soveltaminen hormin virtauksen käsittelyssä vaatii lisäotaksunan $p_{01} = p_{02}$ eli neutraalitason on oltava hormin ala-aukon korkeusasemassa. Jos neutraalitaso on hormin ala-aukon alapuolella (yläpuolella), termi $p_{01} - p_{02}$ on (referenssitaso on tässä edelleen hormin ala-aukon korkeudella) positiivinen (negatiivinen). Tämä merkitsee, että käyttövoiman kaava (24)

aliarvioi (yliarvioi) paine-eron ja tilavuusvirran, kun neutraalitaso on hormin alareunan alapuolella (yläpuolella). Sovelluksessa 1 aihetta tarkastellaan lisää.

Jos hormin ilman tiheys $\rho_c \neq \rho_1$, käyttövoimaksi voidaan ottaa lausekkeen (24) sijasta

$$\Delta p = (\rho_2 - \rho_c)gh. \quad (26)$$

Jos nyt tarkastellaan tätä yleisemmän kaavan (21) kautta ja asetetaan jälleen referenssitaso korkeuteen \bar{z}_1 , päädytään tulokseen

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} + (\rho_2 - \rho_c)gh. \quad (27)$$

Jälleen siis havaitaan, että lausekkeet (26) ja (27) tulevat samoiksi, jos kyseinen referenssitaso on neutraalitaso.

Kanavistovirtaus ja häviökerroin

Yleistä

Tarkoituksena on siis saada tässä lopuksi painovoimaisessa virtauksessa myös hormit käsiteltyä systemaattisesti samaan tapaan kuin pienet aukot purkautumiskerointa soveltamalla. Tarkastelu tapahtuu edelleen mekaanisen energian taseen periaatteen avulla. Jotta päästäisiin eteenpäin, on saatava arvioita suureesta D eli dissipaatista eli häviöstä, jonka arvoa ei vielä ole lainkaan tarvittu edellä esitettyssä paine-eron Δp lausekkeen johdossa. Niin sanotuista häviöistä (termiä häviö tai vastus tai painehäviö käytetään usein yleisanana ilman täsmällistä määritelmää) on kertynyt pitkällisen kokeellisen toiminnan johdosta paljon numeerista tietoa, jota on esitetty kanavistovirtauksen kirjallisuudessa.

Mekaanisen energian taseen periaatteen soveltamista kanavistovirtauksen yhteydessä on selostettu artikkeleissa [6] ja [7]. Kanavistovirtauksen kirjallisuuden — kuten melko tyypillisenä esimerkkinä lähde [2] — häviöiden käsittelytapa perustuu pitkälti ajatteluun, jossa virtausta tarkastellaan aina kahden peräkkäisen poikkileikkauksen (engl. section) 1 ja 2 välillä muodossa

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_1 V_1^2 + \rho_1 g z_1 - (p_2 + \frac{1}{2}\rho_2 V_2^2 + \rho_2 g z_2) = \Delta p_{\text{loss}}. \quad (28)$$

Tässä Δp_{loss} on niin sanottu painehäviö tai tarkemmin lähteessä [2] (engl. total pressure loss due to friction and dynamic losses between sections 1 and 2). Suure V on tässä siis keskimääräinen virtausnopeus eli merkintöjemme mukaisesti $V = q/A$. Muiden tunnusien sisältö on ilmeinen. Käsite "poikkileikkaus" voidaan edellä tulkita tarvittaessa yleistetyssä mielessä. Esimerkiksi kuvan 3 tapauksessa sovellettuna sisäänvirtaukseen "ensimmäinen poikkileikkaus" olisi kuvan pallomainen pinta S_1 . Kun nyt verrataan asetel-

maa mekaanisen energian taseen dissipaatioon, saadaan esimerkiksi lähteen [6] esitykseen perustuen yhteys

$$\Delta p_{\text{loss}} = \frac{D}{q}. \quad (29)$$

Tässä D on kyseisten poikkileikkausten välisessä virtausalueessa syntyvä dissipaatio ja q virtausalueen läpi kulkeva tilavuusvirta. Jos siis on käytettävissä kanavistovirtauksen laajan aineiston perusteella arvio kaavan (28) oikean puolen suureesta Δp_{loss} , saadaan siis sitten kaavaa (29) soveltamalla myös arvio vastaavasta dissipaatiosta D . Todettakoon vielä, että käsittelyn selvästi likimääräisen luonteen vuoksi riittää tarkastella oletetun vakiotiheysnesteen $\rho = \rho_c$ virtausta jättäen ottamatta huomioon kokoonpuristumisen vaikutus.

Painehäviön termit esitetään kanavistovirtauksessa standardimuodossa

$$k \frac{1}{2} \rho V^2 = k \frac{1}{2} \rho \left(\frac{q}{A} \right)^2, \quad (30)$$

jossa kerroin k on dimensioton suure. Tarkemmin tulee vielä määritellä mihin referenssipoikkileikkaukseen ja tiheyteen suureet viittaavat.

Erilliseen yksittäiseen esteeseen kuten kuristuskohtaan tai mutkaan liittyen kerroin

$$k = C_L, \quad (31)$$

jossa C_L on niin sanottu häviökerroin (muotovastuserroin, kertavastuserroin) (engl. loss coefficient, local loss coefficient, minor loss coefficient). Sisäänvirtauksen häviökerrointa merkitään tässä tunnuksella C_{LI} (engl. inlet loss coefficient). Vastaavasti ulosvirtauksessa käytetään tunnusta C_{LO} (engl. outlet loss coefficient)

Kanaviston seinämien kitkan vaikutukseen liittyen kerroin

$$k = c_f \frac{L}{d}, \quad (32)$$

jossa c_f on niin sanottu kitkatekijä (kitkakerroin, kitkavastuserroin) (engl. friction factor, friction coefficient), L on kanavaosuuden pituus ja d virtauspoikkileikkauksen hydraulinen halkaisija (engl. hydraulic diameter). Kuten näkyy, alan nimitykset vaihtelevat melkoisesti. Edellä on käytetty osittain lähteen [8] mukaisia merkintöjä. Kanavaosuuden kokonaispainehäviö saadaan laskemalla yhteen kaavan (30) antamat termit.

Esimerkkitapaus

Olkoon kyseessä nyt tapaus, jossa kuvan 3 hormissa on vain yksi kertavastus (esimerkiksi mutka, jota ei ole kuvassa), jonka häviökerroin on C_L . Painehäviö muodostuu siis sisäänvirtaushäviöstä, kertavastushäviöstä, kitkahäviöstä ja ulosvirtaushäviöstä eli yhteensä

$$\Delta p_{\text{loss}} \equiv \left(C_{\text{LI}} + C_{\text{L}} + c_{\text{f}} \frac{L}{d} + C_{\text{LO}} \right) \frac{1}{2} \rho \left(\frac{q}{A} \right)^2 = \Delta p \equiv \frac{D}{q}. \quad (33)$$

Yhtälön oikealla puolella on käytetty hyväksi kaavan (29) sisältämää tietoa ja aukon paine-eron määrittelykaavaa $\Delta p q = D$. Kun ratkaistaan q , saadaan lauseke

$$q = \frac{1}{\sqrt{C_{\text{LI}} + C_{\text{L}} + c_{\text{f}} \frac{L}{d} + C_{\text{LO}}}} A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (34)$$

Vertailu määrittelykaavan (1) kanssa osoittaa, että purkautumiskerroin tulee nyt häviökertoimien (ja kitkatekijän) avulla muotoon

$$C_{\text{d}} = \frac{1}{\sqrt{C_{\text{LI}} + C_{\text{L}} + c_{\text{f}} \frac{L}{d} + C_{\text{LO}}}} \quad (35)$$

Tämän esimerkkitapauksen yleistys tapaukseen, jossa hormissa on useita kertavastuksia, on ilmeinen.

Kuten muun muassa lähteissä [3] ja [8] on selostettu, yleensä aukkojen purkautumiskertoimien arvoja voidaan käsitellä vakioina (riippumattomina Reynoldsin luvusta). Hormien yhteydessä näin ei välttämättä ole. Tämä selittyy kitkatekijän osuudesta. Kitkatekijän lähteeseen [9] perustuva esitysmuoto on

$$c_{\text{f}} = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{\varepsilon}{3.7d} + \frac{5.74}{\text{Re}^{0.9}} \right) \right]^2}. \quad (36)$$

Tässä ε on hormin pinnankarheus (engl. roughness height) ja Re Reynoldsin luku:

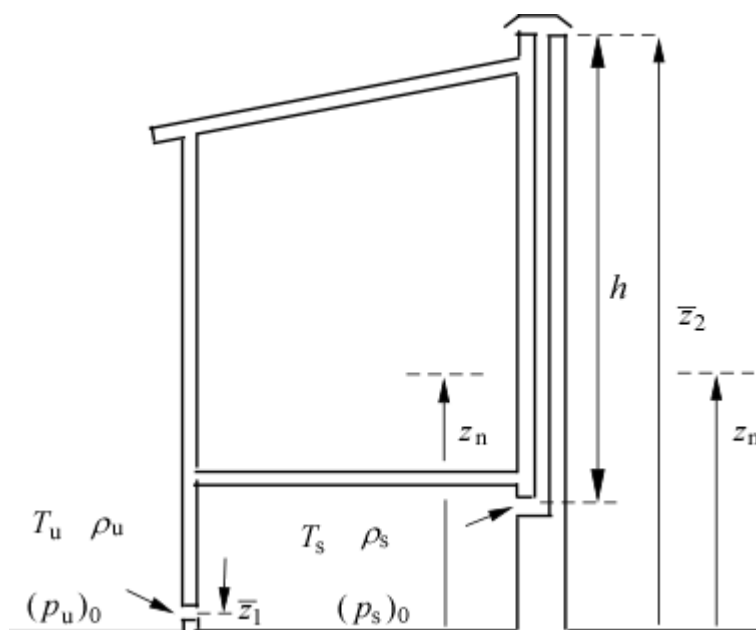
$$\text{Re} = \frac{d q}{\nu A}, \quad (37)$$

jossa vielä ν on ilman kinemaattinen viskositeetti. Purkautumiskertoimien riippuvuus Reynoldsin luvusta vaatii yleensä iteratiivisen ratkaisutavan käyttöä.

Sovellus 1

Tarkastellaan lähteessä [4] käsiteltyä esimerkkitapausta (Esimerkki 21). Kuvassa 4 on esitetty pelkistettynä kyseiseen esimerkkiin liittyvä kuva. Sisätilan lämpötila $T_{\text{s}} = 20^\circ \text{C}$ ja ulkotilan lämpötila $T_{\text{u}} = 10^\circ \text{C}$. Hormi on muurattu kanava, jonka poikkileikkaus on neliö; pinta-ala $A = 0,27\text{m} \times 0,27\text{m} = 0,0729\text{m}^2$. Hydraulinen halkaisija $d = 0,27\text{m}$. Hormille on esitetty seuraavat häviökertoimien arvot (tämän esityksen merkintöjä

käyttäen); sisäänvirtaushäviökerroin $C_{LI} = 0,548$, mutkan häviökerroin $C_L = 1,200$ ja ulosvirtaushäviökerroin $C_{LO} = 1,000$. Kitkatekijälle on annettu suoraan vakioarvo $c_f = 0,04$. Kaavan (36) mukaisesti tämä tulisi saada aikaan iteroimalla, mutta koska tässä pyritään seuraamaan lähteen [4] esitystä, sovelletaan nyt myös kyseistä vakioarvoa. Käytetyt ilman tiheydet arvot ovat $\rho_s = 1,205 \text{ kg m}^{-3}$ ja $\rho_u = 1,248 \text{ kg m}^{-3}$. Hormin korkeus $h = 10 \text{ m}$. Hormin pituudeksi otaksutaan sama arvo; $L = 10 \text{ m}$.



Kuva 4. Huonetila, ulkoilma-aukko ja hormi.

Hormin purkautumiskertoimeksi saadaan kaavasta (35)

$$(C_d)_2 = \frac{1}{\sqrt{0,548 + 1,200 + 0,04 \frac{10}{0,27} + 1,000}} = 0,486. \quad (38)$$

Käyttövoiman kaava (24) antaa paine-eron

$$(\Delta p)_k = (\rho_u - \rho_s) g h = (1,248 - 1,205) \times 9,81 \times 10 \text{ Pa} = 4,22 \text{ Pa}. \quad (39)$$

Lähteessä [4] käyttövoimaa vastaava tilavuusvirta (tai virtausnopeus) saadaan soveltamalla kanavistovirtauksen häviökertoimia. Tässä sovelletaan suoraan purkautumiskerrointia ja saadaan siis

$$q_2 = (C_d)_2 A_2 \sqrt{\frac{2(\Delta p)_k}{\rho_s}} = 0,486 \times 0,0729 \sqrt{\frac{2 \times 4,22}{1,205}} \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} = 0,0937 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (40)$$

Tämä arvo on lähteessä [4] esitetyn tuloksen mukainen (kun otetaan huomioon lähteessä esiintyvä painovirhe).

Todettakoon vielä, että edellä käsitellyssä lähdettä [4] seuraavassa sovelluksessa ei ole tarkasteltu lainkaan ulkoilma-aukon vaikutusta ja tämän artikkelin teorian kannalta on itse asiassa jouduttu otaksumaan, että neutraalitason asema on ollut hormin ala-aukon korkeudella.

Siirrytään nyt ulkoilma-aukon vaikutuksen mukaanottoon. Artikkelin [1] sovelluksessa tarkasteltiin huonetilaa ja sen seinämässä olevaa kahta aukkoa, jossa virtausta tapahtui alemmasta aukosta huonetilaan ja ylemmästä aukosta virtausta huonetilasta ulos. (Jälleen sovelluksiin liittyen on huomattava, että indeksien 1 ja 2 monikäyttö edellä yhtä aukkoreittiä koskevinä ja nyt kahteen aukkoreittiin liittyvinä vaatii aina kaavan oikeaa tulkintaa.) Ainoa ero nyt käsiteltävään tapaukseen nähden on siinä, että nyt ylempi aukko on niin sanottu pitkä aukko eli hormi, jolla on eri korkeuksilla olevat aukot huonetilasta hormiin ja hormista ulkotilaan. Artikkelissa [1] johdettiin referenssitason paineeroa koskeva kaava

$$\Delta p_0 \equiv (p_u)_0 - (p_s)_0 = (\rho_u - \rho_s) g \frac{\alpha \bar{z}_1 + \bar{z}_2}{\alpha + 1}, \quad (41)$$

jossa on käytetty lyhennysmerkintää

$$\alpha = \frac{\rho_u (C_d)_1^2 A_1^2}{\rho_s (C_d)_2^2 A_2^2}. \quad (42)$$

Lisäksi neutraalitason korkeusasema saadaan kaavasta

$$z_n = \frac{\alpha \bar{z}_1 + \bar{z}_2}{\alpha + 1}. \quad (43)$$

Lyhyt tarkastelu osoittaa, että nämä lausekkeet pätevät edelleen, kun nyt vain suure \bar{z}_2 tulkitaan hormin ulosvirtausaukon korkeusarvoksi. Termi \bar{z}_1 on ulkoilma-aukon korkeusasema. Kuvan 4 mukaisesti otetaan likimääräiset arviot

$$\bar{z}_1 = 0,30 \text{ m}, \quad \bar{z}_2 = 12,50 \text{ m}. \quad (44)$$

Referenssitasona on huonetilan lattiataso. Ulkoilma-aukon purkautumiskertoimeksi otetaan lyhyen aukon tyypillinen arvo $(C_d)_1 = 0,60$. Aukon 1 pinta-alaksi otetaan sama kuin hormilla; $A_1 = A_2 = 0,0729 \text{ m}^2$. Saadaan

$$\alpha = \frac{1,248 \times (0,60)^2 \times (0,0729)^2}{1,205 \times (0,486)^2 \times (0,0729)^2} = 1,579 \quad (45)$$

ja neutraalitason korkeusasemaksi tulee

$$z_n = \frac{1,579 \times 0,30 + 12,5}{1,579 + 1} \text{ m} = 5,03 \text{ m}. \quad (46)$$

Täten huonetilan neutraalitaso asettuu kuvan 4 mittojen perusteella selvästi tilan yläpuolelle. Tämä neutraalitasen asema on merkitty myös kuvaan. Itse asiassa tämän tulkitsemiseksi huonetilaan täytyy liittää kuviteltu jatke. Neutraalitasen asema merkitsee siis myös, että edellä esitetty käyttövoiman avulla laskettu tilavuusvirta (40) yliarvioi "todellisen" kahden purkautumiskertoimen avulla johdetun arvon. Käsitellään tämä jälkimmäinen aihe seuraavaksi. Kaavasta (41) saadaan referenssipaineiden eroksi

$$(p_u)_0 - (p_s)_0 = 2,122 \text{ Pa}. \quad (47)$$

Artikkelin [1] kaavojen mukaan aukkoihin liittyvät paine-erot ovat

$$(\Delta p)_1 = (p_u)_0 - (p_s)_0 + (\rho_s - \rho_u)g \bar{z}_1, \quad (48)$$

$$(\Delta p)_2 = (p_s)_0 - (p_u)_0 + (\rho_u - \rho_s)g \bar{z}_2. \quad (49)$$

Saadaan

$$\Delta p_1 = 1,996 \text{ Pa}, \quad \Delta p_2 = 3,151 \text{ Pa}. \quad (50)$$

Vastaavat tilavuusvirrat ovat

$$q_1 = (C_d)_1 A_1 \sqrt{\frac{2\Delta p_1}{\rho_u}} = 0,0782 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}, \quad q_2 = (C_d)_2 A_2 \sqrt{\frac{2\Delta p_2}{\rho_s}} = 0,0810 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (51)$$

Täten siis käyttövoimaa soveltamalla saatu tulos (40) on — kuten teoria osoittaa — suurempi kuin arvo (51).

Jos ulkoilma-aukkoa pienennetään, neutraalitaso nousee yhä ylemmäksi. Raja-tapauksessa $A_1 \rightarrow 0$ tilavuusvirta $q_1 \rightarrow 0$ ja $q_2 \rightarrow 0$ ja neutraalitaso nousee hormin yläaukon korkeudelle. Käyttövoiman soveltaminen ei näe muutosta ja antaa edelleen tilavuusvirran (40). Käytännössä huonetilojen seinämissä on joko tarkoituksella tai tahattomasti pieniä satunnaisia aukkoja (engl. adventitious opening) kuten ikkuna- ja ovirakojä, joten virtaus ei tietenkään täysin häviä.

Neutraalitasen sijainti tarkasteltavan huonetilan yläpuolella voi ainakin jo artikkelissa [1] referoidun lähteen (nyt lähde [10]) perustelujen mukaan olla talviolosuhteissa haluttu tilanne. Tällöin huonetilassa on kokonaisuudessaan ulkotilaan verrattuna alipaine ja seinämien kosteus ei pyri kasvamaan.

Sovellus 2

Sovelluksessa 1 saatiin analyttinen ratkaisu (tekemällä vielä eräitä yksinkertaistuksia). Jos huonetilan vaipassa on enemmän kuin kaksi aukkoa, on käytännössä mahdotonta saada suljetussa muodossa oleva ratkaisu. Tällöin voidaan käyttää hyväksi niin sanottua iteratiivista implisiittistä ratkaisutapaa [3]. Seuraavassa selostetaan kyseisen menettelyn pääpiirteitä. Kuitenkin otetaan edelleen vain kahden aukon tapaus ja sovelluksessa 1 kä-

sitelty lähteen [4] esimerkki nyt muunnettuna etenkin niin, että otaksutaan talviolosuhteet ja hormin ilman tiheydelle sisätilan lämpötilasta poikkeava arvo.

Tarkastellaan kuvan 4 esitystä. Otaksutaan ulkotilan lämpötila $T_u = -26^\circ\text{C}$ ja sisätilan lämpötila $T_s = 21^\circ\text{C}$. Hormin yhteyteen on ajateltu nyt liitetyksi huonetilaa lämmitävä laite, joka kohottaa hormiin poistuvan ilman keskimääräiseen lämpötilaan $T_c = 40^\circ\text{C}$. Vastaavat tiheydet ovat ilman tilanyhtälön avulla lausuttuina (paineessa 101325 Pa) $\rho_u = 1,4283\text{ kg m}^{-3}$, $\rho_s = 1,2000\text{ kg m}^{-3}$, $\rho_c = 1,1272\text{ kg m}^{-3}$.

Nyt hormin kitkatekijää c_f arvioidaan tarkemmin. Hormin pinnan karheudeksi otaksutaan $\varepsilon = 5 \times 10^{-3}\text{ m}$ ja ilman lämpötilaa 40°C vastaavaksi kinemaattiseksi viskositeetiksi $\nu = 17,6 \times 10^{-6}\text{ m}^2\text{ s}^{-1}$; [5].

Ulkoilma-aukon virtausta tulee säätää siten, ettei virtaus aukossa tule talviolosuhteissa liian suureksi vetoisuuden ja huonetilan lämmitystarpeen suhteen. Tässä termille $(C_d)_1 A_1$ on otettu arvo $0,0015\text{ m}^2$.

Implisiittinen ratkaisutapa etenee seuraavasti: Lähtökohtana on tehdä kohtuullinen "arvaus" tehtävän referenssipaineiden eron arvosta

$$\Delta p_0 \equiv (p_u)_0 - (p_s)_0. \quad (52)$$

Tämän avulla saadaan aukkojen vastaavat paine-erojen arvot ja sitten purkautumis-kerrotoimien avulla tilavuusvirrat q_1 ja q_2 . Huonetilan ilmeinen massataseyhtälö kirjoitetaan muotoon

$$\Delta q_m \equiv -\rho_u q_1 + \rho_c q_2 = 0. \quad (53)$$

Saatujen tilavuusvirtojen tulisi toteuttaa tämä yhtälö. Näin ei kuitenkaan tietenkään yleensä käy ja syntyvä nollassa eroava arvo Δq_m antaa jonkinlaisen käsityksen otaksutun (52) virheestä. Lähteen [3] esittämä yksinkertaisin systemaattinen ratkaisutapa on muuttaa suureen Δp_0 arvoa pienin askelin, kunnes saavutetaan riittävän pieni massataseyhtälön (53) virhe.

Esitetään seuraavaksi aukkoon 1 ja aukkoon 2 (eli hormin) liittyvät paine-eron lausekkeet. Kaava (23) antaa aukolle 1 paine-eron

$$\Delta p_1 = (p_u)_0 - (p_s)_0 + (\rho_s - \rho_u) g \bar{z}_1 = \Delta p_0 - (\rho_u - \rho_s) g \bar{z}_1 \quad (54)$$

ja kaava (21) aukolle 2 paine-eron

$$\begin{aligned} \Delta p_2 &= (p_s)_0 - (p_u)_0 + \rho_u g \bar{z}_2 - \rho_s g (\bar{z}_2 - h) - \rho_c g [\bar{z}_2 - (\bar{z}_2 - h)] \\ &= -\Delta p_0 + (\rho_u - \rho_s) g \bar{z}_2 + (\rho_s - \rho_c) g h. \end{aligned} \quad (55)$$

Kuten jälleen nähdään, paine-erojen lausekkeet eivät ole (ainakaan tämän kirjoittajille) mitenkään intuitiivisesti ilmeisiä.

Tarvittava ohjelma tulee hyvin yksinkertaiseksi ja on helppo kokeilla eri paine-erojen Δp_0 synnyttämiä tuloksia. Kitkatekijää c_f on päivitetty kaavan (36) mukaisesti kahdella kierroksella aloittaen arvolla $c_f = 0,04$. Esimerkiksi arvaus $\Delta p_0 = 34\text{ Pa}$ antaa

$$q_1 = 0,0102 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}, \quad q_2 = 0,0477 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}, \quad \Delta q_m = 0,0391 \text{ kg s}^{-1}. \quad (56)$$

Iterointi lopetusehdolla $|\Delta q_m| < 0,00001 \text{ kg s}^{-1}$ antoi $\Delta p_0 = 35,03 \text{ Pa}$ ja tilavuusvirrat

$$q_1 = 0,0104 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}, \quad q_2 = 0,0132 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (57)$$

Yhtälön

$$(p_s)_0 - \rho_s g z_n = (p_u)_0 - \rho_u g z_n \quad (58)$$

eli yhtälön

$$\Delta p_0 = (\rho_u - \rho_s) g z_n \quad (59)$$

ratkaisuna saadaan neutraalitason asemaksi $z_n = 15,6 \text{ m}$ eli se kohoa nyt selvästi hormin yläaukon yläpuolelle.

Tämäntyyppisissä pienten tilavuusvirtojen sovelluksissa käyttövoimaan perustuva laskenta ei toimi alkuunkaan. Käyttövoiman kaava (26) antaa hormiin paine-eron

$$\Delta p_2 = (\rho_u - \rho_c) g h = 29,5 \text{ Pa} \quad (60)$$

ja vastaava purkautumiskertoimen avulla saatu tilavuusvirta on $q_2 = 0,26 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ (kun $c_f = 0,04$), joka on aivan eri suuruusluokkaa kuin kaavan (57) antama arvo.

Yhteenveto

Hormien mukaanotto painovoimaisessa ilmanvaihdossa purkautumiskerrointa soveltamalla, eikä erikseen kanavistovirtauksen kaavoja käyttäen, yhtenäistää käsittelyä. Purkautumiskertoimen esittäminen kaavan (35) tapaan häviökertoimien (ja kitkatekijän) avulla ei ole uusi tulos. Samaa aihetta on käsitelty muun muassa lähteissä [3] ja [8]. Kuitenkin mekaanisen energian taseen periaatteen soveltaminen (vastakohtana pietso-metrinen paineen käyttö) luo mielestämme tarkasteluun yleisyyttä. Täten esimerkiksi mahdollisten puhaltimien vaikutus tapahtuisi luontevasti niiden antamien tehotermien mukaanotolla.

Tuulen osuus painovoimaisen ilmanvaihdon yleisessä käsittelyssä on tunnetusti tärkeä. Kyseiseen aihepiiriin ei ole kuitenkin yritetty puuttua tässä artikkelissa. Viittaamme edelleen esimerkiksi lähteeseen [3].

Viitteet

- [1] Salonen, E-M. ja Holopainen, R. (2021). Purkautumiskerroitin, *Rakenteiden Mekaniikka*, vol. 54, nro 3, s. 130–142. <https://doi.org/10.23998/rm.107342>
- [2] ASHRAE (2001) *ASHRAE Handbook*, Chapter 34, Duct Design.
- [3] D. Etheridge, *Natural Ventilation of Buildings, theory, measurement and design*, Wiley 2012.
- [4] O. Vuorelainen, *LVI-tekniikka, Ilmastointitekniikka*, Otakustantamo 374, 1976.

- [5] O. Seppänen, *Ilmastointitekniikka ja sisäilmasto*, ISBN 951-96098-0-6.
- [6] Salonen, E-M. ja Holopainen, R. (2014). Makroskooppiset energiataseet virtauslaskennassa, *Rakenteiden Mekaniikka*, vol. 47, nro 4, s. 127–147.
https://rmseura.tkk.fi/rmlehti/2014/nro4/RakMek_47_4_2014_1.pdf
- [7] Salonen, E-M. ja Holopainen, R. (2020). Lisähuomioita energiataseiden käytöstä virtauslaskennassa, *Rakenteiden Mekaniikka*, vol. 53, nro 2, s. 42–52.
<https://doi.org/10.23998/rm.82681>
- [8] CIBSE (2005) *AM10, Natural ventilation in non-domestic buildings*, The Chartered Institution of Building Services Engineers, London.
- [9] Swamee, P. K. and Jain. A. K. (1976). Explicit Equations for Pipe-Flow Problems, *Journal of Hydraulics Division*, ASCE, Vol. 102, No. HY5, pp. 657–664.
- [10] J. W. Lstiburek, BSI-075: How Do Buildings Stack Up? Building Science Corporation. February 14. 2014.
<https://www.buildingscience.com/documents/insights/bsi-075-how-do-buildings-stuck-up>"

Eero-Matti Salonen
Sibeliuksenkatu 3 B 25
00250 Helsinki, Finland
eeromatti.salonen@gmail.com

Metropolia Ammattikorkeakoulu
Myllypurontie 1
00920 Helsinki, Finland
rauno.holopainen@metropolia.fi