

Rakenteiden Mekaniikka (Journal of Structural Mechanics)

vol. 54, nro. 3, 2021, s. 130–142

<http://rakenteidenmekaniikka.journal.fi>

<https://doi.org/10.23998/rm.107342>

© 2021 kirjoittajat

Vapaasti saatavilla CC BY 4.0 -lisenssin mukaisesti

## Purkautumiskerroin

Eero-Matti Salonen<sup>1</sup> ja Rauno Holopainen

**Tiivistelmä** Painovoimaisen ilmanvaihdon käsitettä purkautumiskerroin selostetaan erityisesti kontrollitilavuustarkastelujen avulla mekaanisen energian taseen periaatetta soveltamalla. Yksinkertainen esimerkkitapaus esitetään. Alan terminologiaa kommentoidaan. Artikkelin aiheeltaan opetuksellinen.

*Avainsanat:* painovoimainen ilmanvaihto, purkautumiskerroin, mekaanisen energian tase, kontrollitilavuus, kokoonpuristumistermi, kuroumakerroin, terminologia

*Vastaanotettu:* 30.3.2020. *Hyväksytty:* 17.9.2021. *Julkaistu verkossa:* 15.11.2021.

### Johdanto

Painovoimaisen ilmanvaihdon eli luonnollisen ilmanvaihdon (engl. natural ventilation) yhteydessä käsite purkautumiskerroin (engl. discharge coefficient) on keskeisessä asemassa; esimerkiksi englanninkieliset lähteet [1] ja [2]. Alan suomenkielisessä kirjallisuudessa tätä aihetta ei ole kuitenkaan juuri käsitelty. Lähteessä [1] operoidaan tarvittavien paine-erojen määrittämisen yhteydessä pietsometrisen paineen (engl. piezometric pressure) avulla. Kyseinen painesuure on kuitenkin verrattain harvoin esillä virtausmekaniikan perusteoriassa ja ei siten ehkä sovi kovin hyvin alan opetukseen. Artikkelissa selostetaan vaihtoehtoista lähestymistapaa, joka perustuu mekaanisen energian taseen periaatteen soveltamiseen. Yksinkertainen esimerkkitapaus käydään läpi. Alan terminologiaa kommentoidaan.

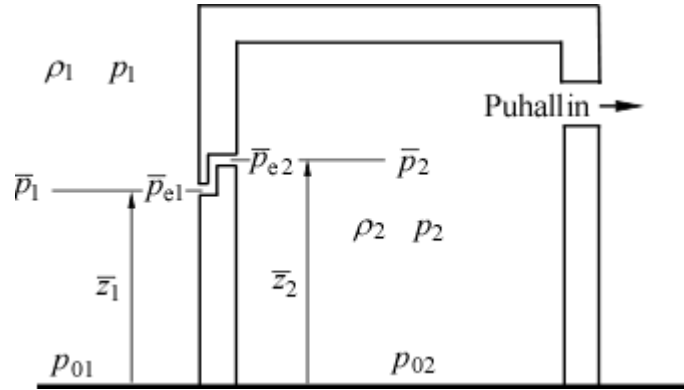
### Virtaus aukossa

Tarkastellaan kuvan 1 esittämää tapausta. Kuva on osittainen mukautettu lainaus lähteen [1] kuvasta 3.22 kuitenkin eriävin merkinnöin. Kyseessä on purkautumiskertoimen kokeelliseen määrittämiseen liittyvä järjestely, mutta yleisemmin kyseessä voisi olla mikä hyvänsä tapaus, jossa tarkastellaan seinässä eli vaipassa (engl. envelope) olevan aukon (engl. air vent, orifice, opening) läpi tapahtuvaa virtausta.

Purkautumiskerroin  $C_d$  on dimensioton suure, joka esiintyy kaavassa

<sup>1</sup>Vastuullinen kirjoittaja: eeromatti.salonen@gmail.com

$$q = C_d A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (1)$$



Kuva 1. Purkautumiskertoimen kokeellinen määrittäminen puhaltimen avulla.

Tässä  $q$  [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ] on aukon läpi kulkeva tilavuusvirta (engl. volume flow rate),  $A$  aukon poikkileikkauksen pinta-ala,  $\rho$  aukossa virtaavan ilman tiheys ja  $\Delta p$  aukkoon liittyvä paine-ero. Voidaan ehkä sanoa, että purkautumiskertoimeen on kätkeyty tietämättömyytemme aukon läheisyyteen liittyvän virtauksen yksityiskohdista. Alan kirjallisuudessa on annettu kokeellista ja analyttistä dataa eri aukko- ja geometrioihin liittyvistä purkautumiskertoimista.

Kaava (1) vaatii täydentäviä selityksiä. Ensinnäkin kyseessä on niin sanottu lepotilan purkautumiskerroin (engl. still-air discharge coefficient). Otaksutaan siis, että ilman liike "kohtuullisella" etäisyydellä aukosta häviää eli ilma on tällöin lepotilassa ja painejakauma seinämien molemmilla puolilla — puhutaan jatkossa vastaavasti alueista 1 ja 2 ja paineista  $p_1$  ja  $p_2$  — on siten vakio painovoiman alaisena hydrostaattinen (engl. hydrostatic pressure distribution). Huomattakoon erityisesti, että paine-erolla  $\Delta p$  ei tarkoiteta tässä suoraan itse aukon sisään- ja ulosvirtauspoikkileikkauksissa vallitsevien paineiden  $\bar{p}_{e1}$  ja  $\bar{p}_{e2}$  erotusta (kuva 1). Artikkelin keskittyy paitsi purkautumiskertoimen selostamisen lisäksi etenkin paine-eron lausekkeen  $\Delta p$  määrittämiseen. Eri tilanteisiin liittyvä paine-eron  $\Delta p$  lausekkeen valinta ei ole välttämättä triviaalia.

Tarkennuksina voidaan vielä todeta, että riippuen aukon virtausreitien geometriasta myös poikkileikkauksen pinta-alan  $A$  valinta voi vaatia täsmennyksiä. Samoin tarkasteltavien tilojen seinämien ei tarvitse olla vaak- ja pystysuuntaisia. Referenssitaso  $z = 0$  voidaan valita minne hyvänsä kunhan se vain on vaakasuorassa.

Otaksutaan tavanomaiseen tapaan, että ilman tiheys on vakio seinämien eri puolilla: arvot  $\rho_1$  ja  $\rho_2$  (kuva 1). (Joskus käsitteitä voidaan tarkentaa ottamalla huomioon tiheyden muuttuminen korkeussuunnassa.) Seinämien eri puolille (etäällä aukosta) saadaan siis painejakaumat

$$p_1 = p_{01} - \rho_1 g z_1, \quad p_2 = p_{02} - \rho_2 g z_2. \quad (2)$$

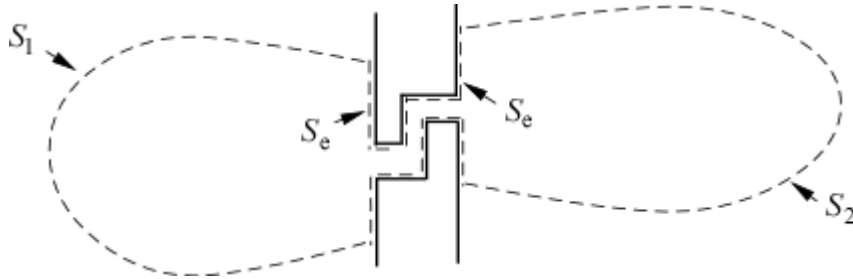
Tässä  $g$  on putoamiskiihtyvyyden arvo,  $p_{01}$  ja  $p_{02}$  ovat paineen arvot valitulla referenssitasolla  $z = 0$ , ja  $z$  viittaa siis kummasakin kaavassa luonnollisesti tarkasteltavan pisteen korkeusasemaan. Erityisesti saadaan lausekkeet

$$\bar{p}_1 = p_{01} - \rho_1 g \bar{z}_1, \quad \bar{p}_2 = p_{02} - \rho_2 g \bar{z}_2. \quad (3)$$

Nyt siis yläviiva viittaa arvoihin aukon poikkileikkauspintojen korkeusasemissa (edelleen etäällä aukoista).

## Vakiotiheystapaus

Artikkeleissa [3] ja [4] on korostettu mekaanisen energian taseyhtälön hyödyllisyyttä virtauslaskennassa. Sovelletaan nyt kyseistä lähteen [1] esityksestä poikkeavaa menetelyä. Käsitellään ensin tämän luvun tapaus, jossa ilman tiheys otaksutaan vakioksi koko virtausalueessa;  $\rho_1 = \rho_2 \equiv \rho$ . Tarkastellaan kuvan 2 esittämää katkoviiivan rajaamaa kontrollitilavuutta paine-eron  $\Delta p$  selvittämiseksi. Yleisyyden saavuttamiseksi aukko-poikkileikkaukset on haluttu edelleen pitää kuvan 1 mukaisesti eri korkeusasemissa  $\bar{z}_1$  ja  $\bar{z}_2$ . Usein sovelluksissa arvot ovat samoja.



Kuva 2. Kontrollipinta  $S$ .

Esimerkiksi lähteessä [3, kaava (54)] on johdettu pysyvään virtaukseen liittyvä mekaanisen energian taseyhtälö

$$-\int_S p v_n dS - \int_S \frac{1}{2} \rho v^2 v_n dS - \int_S \rho g z v_n dS = D - \int_V p d_{ii} dV + \int_S t_i^j v_j dS. \quad (4)$$

Jatkossa vähäiseksi otaksuttu viskoosien traktioiden antama viimeinen integraali jätetään pois.  $D$  on dissipaatio eli "häviö",  $v^2$  virtausvauhdin neliö ja  $v_n$  virtausnopeusvektorin komponentti kontrollipinnan ulospäin suunnatun normaalin suunnalle. Yhtälön tilavuusintegraali on niin sanottu kokoonpuristumistermi (engl. compression term), joka ottaa huomioon tiheyden muutosten vaikutuksen. Tämän luvun käsittelyssä se siis häviää.

Kontrollipinta on valittu muodostumaan pallomaisista osista  $S_1$  ja  $S_2$  sekä aukon ja vaipan seinämiin yhtyvistä osista  $S_e$ . Virtauksen takertumisehdon perusteella  $v$  ja  $v_n$  häviävät pinnalla  $S_e$ , joten tämän alueen osuus lausekkeessa (4) häviää. Korostettakoon vielä, että kontrollipintoja on ulotettu tässä yhtymään osittain myös vaipan seinämiin, jotta virtausnopeuksia itse pallomaisilla osilla voitaisiin pitää pieninä. Pintojen  $S_1$  ja  $S_2$  otaksutaan siten leikkaavan alueita, joilla ilman liike on jo hyvin vähäistä ja täten virtausvauhtiin liittyvä neliöllinen termi voidaan jättää muiden termien rinnalla pienenä pois. Yhtälö (4) saa siis seuraavaksi muodon

$$-\int_{S_1} p_1 v_n dS - \int_{S_1} \rho g z_1 v_n dS - \int_{S_2} p_2 v_n dS - \int_{S_2} \rho g z_2 v_n dS = D. \quad (5)$$

Lausekkeet (2) ovat nyt

$$p_1 = p_{01} - \rho g z_1, \quad p_2 = p_{02} - \rho g z_2 \quad (6)$$

Kun nämä sijoitetaan yhtälöön (5) ja otetaan huomioon, että  $p_{01}$  ja  $p_{02}$  ovat paikan suhteen vakioita, päädytään miellyttävän yksinkertaiseen tulokseen

$$-p_{01} \int_{S_1} v_n dS - p_{02} \int_{S_2} v_n dS = D. \quad (7)$$

Siirrytään hetkeksi massan säilymisen periaatteen soveltamiseen ja käsitellään se tässä aluksi seuraavaan lukuun liittyvässä yleisemmässä tapauksessa, jolloin ilmalla on pinnalla  $S_1$  vakiotiheys  $\rho_1$  ja pinnalla  $S_2$  vakiotiheys  $\rho_2$ . Massan säilymisen periaate on pisyvässä virtauksessa suljetulle kontrollipinnalle

$$\int_S \rho v_n dS = 0. \quad (8)$$

Tässä saadaan siis muoto

$$\rho_1 \int_{S_1} v_n dS + \rho_2 \int_{S_2} v_n dS = 0. \quad (9)$$

Otetaan käyttöön tilavuusvirtamerkinnot

$$q \equiv q_1 = - \int_{S_1} v_n dS, \quad q_2 = \int_{S_2} v_n dS \quad (10)$$

Virtauksen otaksutaan tapahtuvan jatkossa suunnattuna alueesta 1 alueeseen 2. Pintaintegraali ensimmäisessä termissä (10) antaa suureen  $v_n$  määritelmän mukaisesti tilavuusvirran pinnan  $S_1$  läpi pinnasta ulos ja miinusmerkillä varustettuna siis tilavuusvirran pinnan sisään. Vastaavasti jälkimmäinen lauseke (10) antaa nyt tilavuusvirran pinnan  $S_2$  läpi ulos. Kaava (9) saadaan täten muotoon

$$\rho_1 q_1 = \rho_2 q_2 \quad (11)$$

eli vielä toisin merkinnöin

$$q_2 = \frac{\rho_1}{\rho_2} q. \quad (12)$$

Palataan nyt tämän luvun otsikon mukaiseen vakiotiheystapaukseen. Kaava (7) on yksinkertaisesti

$$(p_{01} - p_{02}) q = D. \quad (13)$$

Tämän yhtälön vasen puoli (tehotermi) synnyttää virtaukseen liittyvän dissipaation ja täten painesuure

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} \quad (14)$$

tulkitaan virtausta synnyttäväksi paine-eroksi, joka on tässä siis referenssitasolla vallitseva paine-ero. Lauseke (14) tulee havainnollisemmaksi soveltamalla kaavoista (4) seuraavia yhteyksiä

$$p_{01} = \bar{p}_1 + \rho g \bar{z}_1, \quad p_{02} = \bar{p}_2 + \rho g \bar{z}_2. \quad (15)$$

Saadaan

$$\Delta p = \bar{p}_1 - \bar{p}_2 + \rho g (\bar{z}_1 - \bar{z}_2). \quad (16)$$

Erityisesti vielä, jos aukon poikkileikkaukset ovat samalla korkeustasolla,  $\Delta p = \bar{p}_1 - \bar{p}_2$  eli virtausta synnyttävä paine-ero on yksinkertaisesti samalla tasolla vallitsevien hydrostaattisten paineiden ero, joka tulos on myös ilmeisesti täysin intuitiota vastaava.

### Tiheysero mukana

Yleisemmässä tilanteessa  $\rho_1 \neq \rho_2$ . täytyy ottaa huomioon tiheyden muutoksiin liittyvä kokoonpuristumistermi. Käsittely tulee edellistä lukua mutkikkaammaksi. Mekaanisen energian taseyhtälö on sovellettuna kuvan 2 kontrollitilavuuteen

$$-\int_{S_1} p_1 v_n dS - \int_{S_1} \rho_1 g z_1 v_n dS - \int_{S_2} p_2 v_n dS - \int_{S_2} \rho_2 g z_2 v_n dS = D - \int_V p d_{ii} dV. \quad (17)$$

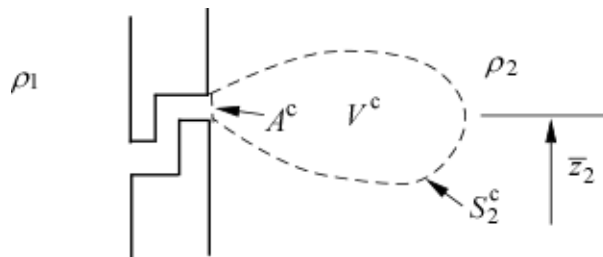
Nyt voidaan myös soveltaa lausekkeita (2) sellaisinaan samaan tapaan kuten edellisessä luvussa ja päädytään tulokseen

$$-p_{01} \int_{S_1} v_n dS - p_{02} \int_{S_2} v_n dS = D - \int_V p d_{ii} dV \quad (18)$$

tai käyttäen tilavuusvirtojen määritelmiä muotoon

$$(p_{01} - \frac{\rho_1}{\rho_2} p_{02}) q = D - \int_V p d_{ii} dV. \quad (19)$$

Siirrytään kokoonpuristumistermin tarkasteluun; kuva 3. Ilman tiheys muuttuu ulos-tuloaukosta purkautuessaan enemmän tai vähemmän hitaasti arvosta  $\rho_1$  arvoon  $\rho_2$ . Huomattakoon, että painovoimaisessa ilmanvaihdossa ilma-alkion tiheyden muutoksen otaksutaan normaalisti tapahtuvan vain lämpötilan muutoksen eikä paineen muutoksen johdosta. Täten virtauskäsittelyyn tulisi tarkasti ottaen liittää mukaan lämpölähteiden vaikutus ja energiatarkesteluja. Nyt kuitenkin otaksutaan (kuten usein kirjallisuudessa) tilaan 2 suoraan annettu vakio- $\rho_2$  lämpötila ja sitä vastaava tiheys  $\rho_2$ .



Kuva 3. Kokoonpuristumistermin määrittämiseen liittyvä kontrollitilavuus  $V^c$ .

Sovelletaan liitteessä esitettyä käsittelytapaa. Tiheyden muutoksen otaksutaan tapahtuvan kuvassa 3 esitetyn kontrollitilavuuden  $V^c$  sisällä ja keskipaineeksi otaksutaan hydrostaattinen paine aukon korkeudella  $\bar{z}_2$  eli

$$p_m = \bar{p}_2. \quad (20)$$

Kontrollipinta  $S^c$  muodostuu pallomaisesta osasta  $S_2^c$  ja aukon yli menevästä taso-osasta  $A^c$ . Liitteen kaavan (L.3) mukaisesti kokoonpuristumistermi

$$-\int_V p d_{ii} dV \approx -\bar{p}_2 \int_{S_2^c} v_n dS - \bar{p}_2 \int_{A^c} v_n dA \quad (21)$$

Tiheys osalla  $A^c$  on  $\rho_1$  ja  $\rho_2$  osalla  $S_2^c$ . Massan säilymisen tase antaa liitteen kaavan (L.4) mukaisesti

$$\rho_2 \int_{S_2^c} v_n dS + \rho_1 \int_{A^c} v_n dA = 0 \quad (22)$$

Tilavuusvirta aukossa on aikaisempien määritelmien mukaisesti  $q$  eli tässä siis

$$q = -\int_{A^c} v_n dA. \quad (23)$$

Vielä yhtälön (22) perusteella

$$\int_{S_2^c} v_n dS = \frac{\rho_1}{\rho_2} q \quad (24)$$

ja kaavasta (21) saadaan kokoonpuristumistermi

$$-\int_V p d_{ii} dV \approx -\bar{p}_2 \frac{\rho_1}{\rho_2} q + \bar{p}_2 q = \bar{p}_2 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right) q. \quad (25)$$

Kun tämä otetaan huomioon yhtälössä (19), päädytään muotoon

$$\left[ p_{01} - \frac{\rho_1}{\rho_2} p_{02} + \bar{p}_2 \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right) \right] q = D. \quad (26)$$

Tästä päätellään, että virtausta synnyttävä paine-ero on nyt

$$\Delta p = p_{01} - \frac{\rho_1}{\rho_2} p_{02} + \bar{p}_2 \left( \frac{\rho_1}{\rho_2} - 1 \right). \quad (27)$$

Jos  $p_2$  esitetään kaavan (3) avulla, saadaan vielä

$$\Delta p = p_{01} - \frac{\rho_1}{\rho_2} p_{02} + \frac{\rho_1}{\rho_2} p_{02} - p_{02} - \rho_2 g \frac{\rho_1}{\rho_2} \bar{z}_2 + \rho_2 g \bar{z}_2 \quad (28)$$

eli lopuksi

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} + (\rho_2 - \rho_1) g \bar{z}_2. \quad (29)$$

Tulos ei ole enää intuitiivisesti lainkaan ilmeinen. Tästä saadaan myös vaihtoehtoinen muoto (ei esitetä tässä) kaavojen (3) avulla. Todettakoon vielä, että edellä johdetut pai-

ne-eron lausekkeet (14) ja (29) ovat identtisiä lähteessä [1] vastaavissa tapauksissa piet-sometristä lähestymistapaa soveltamalla saatujen tulosten (3.36) ja (3.43) kanssa.

Edellä ei ole käsitelty lainkaan vaippaan kohdistuvan mahdollisen tuulen vaikutusta, joka voi olla oleellinen. Yksinkertaisimmillaan se otetaan huomioon kirjoittamalla ensimmäinen kaava (2) tässä muotoon

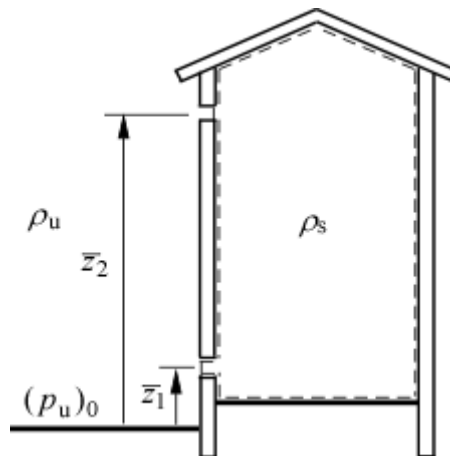
$$p_1 = p_{01} - \rho_1 g z_1 + p_w, \quad (30)$$

jossa  $p_w$  on vakioksi otaksuttu tuulenpaine (joka voi olla myös negatiivinen) ja jonka arvosta löytyy kirjallisuudesta arvioita. Vakio-osuus näkyy kontrollitilavuuskäsittelyssä esimerkiksi yhtälössä (18) sen vasemmalla puolella terminä  $p_w q$  ja lopuksi lausekkeen (29) oikealla puolella yksinkertaisesti lisäyksenä  $p_w$ .

## Sovellus

Kuva 4 esittää huonetilaa, jossa tapahtuu sisä- ja ulkotilan lämpötilaerojen johdosta sisäänvirtausta alemmasta aukosta 1 ja ulosvirtausta ylemmästä aukosta 2. Vastaavaa tapausta on käsitelty huolellisesti kontrollitilavuustarkastelujen avulla lähteessä [5] käyttäen hyväksi muun muassa varsinaista energiataseyhtälöä, jonka avulla on otettu huomioon lämpölähteiden vaikutus. Tässä jatkossa sovellusta on yksinkertaistettu voimakkaasti olettaen sisälämpötila tunnetuksi.

Merkitään sisätilan suureita indeksillä  $s$  ja ulkotilan suureita indeksillä  $u$ . Lämpötiloja  $T_s$  ja  $T_u$  ja niiden johdosta seuraavia tiheyksiä  $\rho_s$  ja  $\rho_u$  pidetään vakioina. Alemman aukon ja ylemmän aukon suureisiin viitataan vastaavasti indekseillä 1 ja 2. Ulkotilan paine  $(p_u)_0$  referenssisitasolla  $z = 0$  otaksutaan normaaliin tapaan tunnetuksi mutta huonetilan vastaavaa painetta  $(p_s)_0$  pidetään käsittelyssä perustuntemattomana. Ei haittaa, vaikka kuvan esittämässä tapauksessa huonetila ei ulotu referenssisitasolle. Huonetilaan voidaan niin haluttaessa kuvitella fyysinen jatke referenssisitasolle.



Kuva 4. Huonetila.

Toistetaan kaava (29), joka siis pätee tässä, kun tiheydessä on muutos:

$$\Delta p = p_{01} - p_{02} + (\rho_2 - \rho_1) g \bar{z}_2. \quad (29)$$

Todettakoon vielä, että korkeusasema  $\bar{z}_2$  kaavassa (29) viittaa aukon ulosvirtauskohdan aukkokorkeuteen. Nyt käsitellyssä esimerkissä aukoissa ei kuitenkaan esiinny korkeuseroja, joka yksinkertaistaa kaavan soveltamista. Korostettakoon edelleen seuraavaa. Kun kaavaa (29) sitten sovelletaan eri tilanteissa, on huomattava, että indeksi 1 viittaa *aukon suhteen* sisäänvirtausalueeseen ja indeksi 2 *aukon suhteen* ulosvirtausalueeseen.

Aukkoon 1 liittyen saadaan siis kuvan 4 merkinnöin

$$(\Delta p)_1 = (p_u)_0 - (p_s)_0 + (\rho_s - \rho_u)g \bar{z}_1. \quad (30)$$

Vastaavasti aukolle 2 saadaan

$$(\Delta p)_2 = (p_s)_0 - (p_u)_0 + (\rho_u - \rho_s)g \bar{z}_2. \quad (31)$$

Tilavuusvirtaa aukosta 1 huonetilaan sisään merkitään nyt tunnuksella  $q_1$  ja aukosta 2 ulkotilaan tunnuksella  $q_2$ . Aukkoihin liittyvät tilavuusvirrat ovat purkautumiskertoimien avulla lausuttuina

$$q_1 = (C_d)_1 A_1 \sqrt{\frac{2(\Delta p)_1}{\rho_u}}, \quad q_2 = (C_d)_2 A_2 \sqrt{\frac{2(\Delta p)_2}{\rho_s}}. \quad (32)$$

Näihin on siis sijoitettava lausekkeet (30) ja (31). Massan säilymisen periaate (8) antaa kuvassa katkoviivalla esitetyn kontrollitilavuuden avulla yhtälön

$$-\rho_u q_1 + \rho_s q_2 = 0. \quad (33)$$

Tulos on ilmeinen ilman kontrollitilavuudenkin käyttöä, mutta tässä on haluttu edetä pedantistisesti artikkelin painotusten mukaisesti. Tuntematon referenssipaine  $(p_s)_0$  ratkeaa yhtälöstä (33), kun siihen on sijoitettu lausekkeet (32). Kuitenkin referenssipaineen  $(p_s)_0$  sijasta on tässä havainnollisempaa pitää tuntemattomana suoraan referenssipaineiden erotusta

$$\Delta p_0 \equiv (p_u)_0 - (p_s)_0. \quad (34)$$

Muutaman askeleen jälkeen saadaan tulos

$$\Delta p_0 = (\rho_u - \rho_s)g \frac{\alpha \bar{z}_1 + \bar{z}_2}{\alpha + 1}, \quad (35)$$

jonka lyhennysmerkintä

$$\alpha = \frac{\rho_u (C_d)_1^2 A_1^2}{\rho_s (C_d)_2^2 A_2^2}. \quad (36)$$

Neutraalitaso (engl. neutral pressure plane, neutral plane) on painovoimaisessa ilmanvaihdossa paljon käytössä oleva käsite. Se tarkoittaa korkeustasoa, jolla huonetilan paine on yhtä suuri kuin ulkotilan paine. Sovelluksemme tapauksessa neutraalitason korkeusasema  $z_n$  saadaan yhtälön

$$(p_s)_0 - \rho_s g z_n = (p_u)_0 - \rho_u g z_n \quad (37)$$



ratkaisuna:

$$z_n = \frac{\alpha \bar{z}_1 + \bar{z}_2}{\alpha + 1} \quad (38)$$

Tämän termin havaitaan esiintyvän lausekkeen (35) lopussa.

Olkoot aukkojen korkeusarvot  $\bar{z}_1 = 1 \text{ m}$  ja  $\bar{z}_2 = 10 \text{ m}$ , pinta-alat  $A_1 = 0,5 \text{ m}^2$  ja  $A_2 = 0,4 \text{ m}^2$  sekä purkautumiskertoimet  $(C_d)_1 = 0,65$  ja  $(C_d)_2 = 0,65$ . Putoamiskiihtyvyydelle käytetään arvoa  $9,81 \text{ m s}^{-2}$ . Tarkastellaan erikseen talvi- ja kesäolosuhteita. Ulkoilman lämpötilaksi otetaan talviolosuhteissa  $T_u = -26^\circ \text{ C}$  ja kesäolosuhteissa  $T_u = 10^\circ \text{ C}$ . Sisäilman lämpötilaksi otetaan taas kummassakin tapauksessa  $T_s = 21^\circ \text{ C}$ . Vastaavat tiheydet lasketaan ideaalikaasun tilanyhtälön

$$\rho = \frac{p}{(R/M)T}, \quad (39)$$

avulla, jossa yleinen kaasuvakio on  $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ , ilman moolimassa on  $M = 0,028964 \text{ kg mol}^{-1}$  ja  $T$  on absoluuttinen lämpötila. Tässä käytetään samaa yleis-tunnusta  $T$  lämpötilalle ilmaistuna Celsius-asteissa tai Kelvineissä. Muodollisesti voidaan kirjata lukuarvoyhteys  $T(\text{K}) = 273,15 + T(^{\circ}\text{C})$ . Ulkotilan (referenssi)paineeksi otetaan  $(p_u)_0 = 101325 \text{ Pa}$ . Kaavasta (39) saadaan talviolosuhteissa  $\rho_u = 1,4283 \text{ kg m}^{-3}$  ja kesäolosuhteissa  $\rho_u = 1,2467 \text{ kg m}^{-3}$ .

Sisätilan paine on tuntematon ja vastaava tiheyden tarkka määrittäminen vaatisi iteratiivisen käsittelyn, joka on täysin mahdollinen etenemistapa. Tässä toimitaan kuitenkin likimääräisesti painovoimaisen ilmanvaihdon tavanomaisen käsittelytavan mukaisesti otaksuen tiheyden muutosten johtuvan vain lämpötilan muutoksista. Täten kaava (39) antaa edelleen painetta  $101325 \text{ Pa}$  soveltaen sisätilan tiheydelle arvon  $\rho_s = 1,2000 \text{ kg m}^{-3}$ .

Kaavat (36), (35), (34) ja (32) antavat nyt saatuja tiheyden arvoja soveltaen talviolosuhteissa lopuksi arvot

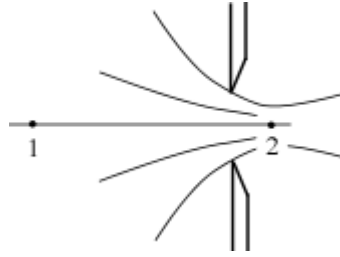
$$\Delta p_0 = 9,28 \text{ Pa}, \quad z_n = 4,147 \text{ m}, \quad q_1 = 1,021 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}, \quad q_2 = 1,215 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (40)$$

Kesäolosuhteissa saadaan vastaavasti

$$\Delta p_0 = 2,03 \text{ Pa}, \quad z_n = 4,431 \text{ m}, \quad q_1 = 0,516 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}, \quad q_2 = 0,536 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}. \quad (41)$$

## Kuroumakerroin

Lähteen [6] suomenkielisessä sanastossa termin purkautumiskerroin synonyyminä esiintyy termi kuroumakerroin. Tarkastellaan tähän liittyen kuvaa 5.



Kuva 5. Virtaus teräväreunaisen aukon läpi suuntaan 1→2 .

Kyseinen virtaustapaus esitetään miltei jokaisessa alan oppikirjassa ja samoin myös eksoottinen termi vena contracta. Sillä tarkoitetaan ulosvirtaussuihkun poikkileikkauskohdtaa, jossa suihkuosuuden poikkileikkaus on pienimmillään. Usein tämän poikkileikkauksen pinta-ala esitetään muodossa (esimerkiksi [5])

$$A_c = C_c A, \quad (42)$$

jossa  $A$  on itse aukon poikkileikkauspinta-ala ja  $C_c$  niin sanottu kuroumakerroin (engl. contraction coefficient). Virtausta käsitellään tällöin usein myös Bernoullin yhtälön avulla. Esimerkiksi artikkelissa [3] on selostettu jonkin verran Bernoullin yhtälöä ja sen käyttöä ja väärinkäyttöä. Kuvan 5 tapauksessa pisteet 1 ja 2 (piste 2 vena contractalla) sijaitsevat samalla vaakasuoralla virtaviivalla ( $z_1 = z_2$ ) ja Bernoullin yhtälö saa kitkatomuuden ja vakiotiheysnesteen otaksumien alaisena muodon

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2, \quad (43)$$

jossa käytettyjen merkintöjen sisältö on ilmeinen. Pisteessä 1 virtausvauhdin neliöllinen termi hylätään pienenä muihin termeihin verrattuna ja pisteessä 2 virtausvauhdiksi otetaan  $q / A_c$ , jossa  $q$  on tilavuusvirta. Täten yhtälö (43) on seuraavaksi

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{q}{A_c} \right)^2. \quad (44)$$

Kun merkitään  $\Delta p = p_1 - p_2$ , otetaan huomioon määritelmä (42) ja manipuloidaan yhtälöä (44), päädytään tulokseen

$$q = C_c A \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (45)$$

Tämä on täsmälleen samaa muotoa kuin purkautumiskertoimeen liittyvä määrittelykaava (1); nyt vain purkautumiskertoimen  $C_d$  sijalla esiintyy kuroumakerroin  $C_c$ . Tässä pelkistetyssä tapauksessa näillä kahdella kertoimella on siis alustavasti sama fysikaalinen merkitys ja tällä perusteella termejä purkautumiskerroin ja kuroumakerroin voitaisiin käyttää rinnakkain. Mutta kritiikkinä voidaan heti lisätä, että kuvan 5 piste 2 ei ole etäällä aukosta, joten paine-ero  $p_1 - p_2$  ei vastaa välttämättä painovoimaiseen ilmanvaihtoon liittyvää paine-eroa  $\Delta p$ . Jos lisäksi tarkastellaan esimerkiksi kuvassa 1 esitetyn tyyppistä yleisempää aukkogeometriaa, tilanne on aivan erilainen. Bernoullin yhtälön voimassaolon oletukset eivät enää päde ja virtaus ulostuloaukon jälkeen on ilmeisesti melko erilaista kuin kuvan 5 esittämässä pelkistetyssä tapauksessa. Täten tämän kir-

joittajien mielestä purkautumiskerroin on selvästi osuvampi ja suositeltavampi yleistermi kuin kuroumakerroin aukkojen virtausten käsittelyssä. Mainittakoon lopuksi, että kuvan 5 tapauksessa kirjallisuudessa esitetään kohtuullisen Reynoldsin luvun yhteydessä arvo (tasovirtaus)

$$C_d = 0,611. \quad (46)$$

## Yhteenveto

Mekaanisen energian taseen periaatteen soveltaminen tarkasteltavasta aukosta "ulos puhalletulle" kontrollitulavuudelle johtaa lopulta yhtälöön

$$c q = D, \quad (47)$$

jossa  $D$  kontrollitulavuudessa syntyvä dissipaatio ja  $q$  kontrollitulavuuden läpi kulkeva (sovittuun poikkileikkaukseen liitetty) tilavuusvirta. Saatua kerroin  $c$  tulkitaan virtausta ajavaksi paine-eroksi  $\Delta p$ , jota sovelletaan purkautumiskertoimen yhteydessä. Tämä paine-eron lausekkeen johtamistapa sitoo mielestämme käsittelyn pietsometrisen paineen käyttöä paremmin virtauslaskennan yleiseen teoriaan.

Huonetilassa voi olla useita aukkoja (sovelluksessa niitä oli kaksi). Oleellinen tuntematon on vallitseva painetaso, joka voidaan ilmaista esimerkiksi paineena referenssitasolla tai myös vaikka neutraalitason asemana. Tätä yhtä tuntematonta vastaava tarvittava yhtälö on huonetilaan liittyvän kontrollitulavuuden antama massa-taseyhtälö, joka sisältää siis aukkojen läpi kulkevat tilavuusvirrat. Ne taas voidaan ilmaista tämän artikkelin esittämään tapaan käyttäen apuna purkautumiskertoimia. Tällöin on tärkeää osata valita oikein kuhunkin aukkoon liittyvä paine-eron  $\Delta p$  lauseke.

Purkautumiskertoimen oikeutettu käyttö vaatii luonnollisesti sellaisia aukkojen ja itse virtaustilojen kokojen suhteita, että hydrostaattisen paineen otaksuma on realistinen. Aihetta käsitellään alan kirjallisuudessa; esimerkiksi [1] ja [2].

Neutraalitaso on erittäin havainnollinen ja hyödyllinen käsite. Se kiinnittää huonetilan paineen ympäristön paineeseen ja antaa jo ilman laskelmia käsityksen aukkoihin liittyvien virtausten suunnista. Artikkelissa [7] on mielenkiintoinen ilman kaavoja etenevä kuvaileva esitys neutraalitasosta. Kirjoittaja selittää neutraalitason avulla muun muassa tietyin edellytyksin kylmässä ilmanalassa rakennusten ulkomaalikerroksen rapautumista rakennusten yläosissa.

Kontrollitulavuuskäsittelyt jätetään alan kirjallisuudessa usein liian vähäiseen asemaan ja tyydytään pelkkiin sanallisiin selostuksiin ja mahdollisesti melko epämääräisiin viittauksiin Bernoullin yhtälöön. Tämä ei ole etenkään opetuksessa oikea lähestymistapa. Kontrollitulavuus on työkaluna verrattavissa tärkeydeltään kiinteän aineen mekaniikan vapaakappalekuvion asemaan. Tähän aiheeseen liittyen voitaisiin mainita oppikirja [8]. Lähes mikään sen sovellus ei etene ilman kontrollitulavuuskäsittelyä.

## Viitteet

- [1] D. Etheridge, *Natural Ventilation of Buildings, theory, measurement and design*, Wiley 2012.
- [2] D. Etheridge, M. Sandberg, *Building Ventilation, Theory and Measurement*, Wiley 1996.
- [3] Salonen, E-M. ja Holopainen, R. (2014). Makroskooppiset energiataseet virtauslaskennassa, *Rakenteiden Mekaniikka*, vol. 47, nro 4, s. 127–147.  
[http://rmseura.tkk.fi/rmlehti/2014/nro4/RakMek\\_47\\_4\\_2014\\_1.pdf](http://rmseura.tkk.fi/rmlehti/2014/nro4/RakMek_47_4_2014_1.pdf)
- [4] Salonen, E-M. ja Holopainen, R. (2020). Lisähuomioita energiataseiden käytöstä virtauslaskennassa, *Rakenteiden Mekaniikka*, vol.53, nro 2, s. 42–52.  
<https://doi.org/10.23998/rm.82681>
- [5] T. K. Andersen, Theory for natural ventilation by thermal buoyancy in one zone, *Building and Environment*, 38 (2003) 1281–1289.
- [6] *REHVA HVAC Dictionary*.
- [7] J. W. Lstiburek, BSI-075: How Do Buildings Stack Up? Building Science Corporation. February 14, 2014.  
<https://www.buildingscience.com/documents/insights/bsi-075-how-do-buildings-stack-up>
- [8] M. Moran, H. N. Shapiro, D. D. Boettner, M. B. Bailey, *Principles of Engineering Thermodynamics, SI Version*, 8th ed. Wiley 2015.

Eero-Matti Salonen  
Sibeliuksenkatu 3 B 25  
00250 Helsinki, Finland  
eeromatti.salonen@gmail.com

Rauno Holopainen  
Metropolia Ammattikorkeakoulu  
Myllypurontie 1  
00920 Helsinki, Finland  
rauno.holopainen@metropolia.fi

## Liite

Tarkastellaan kokoonpuristumistermiä

$$-\int_V p d_{ii} dV = -\int_V p \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right) dV . \quad (\text{L.1})$$

Lähteessä [4] kokoonpuristumistermille on annettu eräs arvio, joka perustuu "edustavan virtaviivan" käsitteeseen. Tämän käyttö ei kuitenkaan sovellu hyvin tässä artikkelissa käsiteltyyn tapaukseen. Oletetaan nyt, että virtauksen luonteen perusteella voidaan otaksua, että oleelliset tiheyden muutokset tapahtuvat alkuperäisen kontrollitilavuuden alueen  $V$  pienemmällä osa-alueella  $V^c$  eli voidaan kirjoittaa ensin

$$-\int_V p d_{ii} dV \approx -\int_{V^c} p \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right) dV . \quad (\text{L.2})$$

Nyt otaksutaan lisäksi, että osa-alueessa  $V^c$  paine voidaan korvata keskimääräisellä "edustavalla paineella"  $p_m$ , joka voidaan siis vakiona siirtää integraalin ulkopuolelle ja saadaan

$$-\int_V p d_{ii} dV \approx -p_m \int_{V^c} \left( \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right) dV = -p_m \int_{S^c} v_n dS . \quad (\text{L.3})$$

Viimeinen muoto syntyy Gaussin lausetta soveltamalla.  $S^c$  on siis kontrollialueeseen  $V^c$  liittyvä suljettu kontrollipinta. Syntynyt tulos on havainnollinen: keskimääräisellä paineella kerrotaan alueesta ulos tapahtuvaa nettotilavuusvirtaa.

Osa-alueelle  $V^c$  voidaan luonnollisesti edelleen soveltaa massan säilymisen periaatetta. Täten pysyvässä virtauksessa saadaan

$$\int_{S^c} \rho v_n dS = 0 . \quad (\text{L.4})$$